

Точка как окружность

1. Даны окружность ω и фиксированная точка A вне окружности. Через точку A проводятся окружности S , которые касаются окружности ω в точке B . Касательные, проведенные в точках A и B к окружности S , пересекаются в точке M . Докажите, что все такие точки M лежат на одной прямой.
2. Из точки A , лежащей вне окружности ω , проведены касательные AB и AC (B и C — точки касания). Точки E и F — середины отрезков AB и AC соответственно. На прямой EF выбрана произвольная точка D , из которой к ω проводятся касательные DP и DQ (P и Q — точки касания). Прямая PQ пересекает прямую EF в точке M . Докажите, что $\angle DAM = 90^\circ$.
3. В треугольнике ABC проведена вписанная окружность с центром I , которая касается сторон AB , BC и AC в точках C_0 , A_0 и B_0 соответственно.
 - (а) Прямая BI пересекает A_0C_0 в точке K . Докажите, что центр описанной окружности треугольника BKB_0 лежит на прямой AC .
 - (б) Прямая, перпендикулярная BB_0 и проходящая через B_0 , пересекает A_0C_0 в точке V_1 . Докажите, что середина отрезка BB_1 лежит на прямой AC .
4. I — инцентр треугольника ABC . Прямая, проходящая через точку I перпендикулярно прямой BI , пересекает прямую AC в точке V_1 . Аналогично определяются точки A_1 , C_1 . Докажите, что точки A_1 , B_1 , C_1 лежат на одной прямой.
5. В остроугольном треугольнике ABC угол C больше угла A . M — середина стороны AC . A_1 и C_1 основания высот из вершин A и C . A_0 и C_0 середины сторон MA_1 и MC_1 . Прямая A_0C_0 пересекает прямую, проходящую через B параллельно AC , в точке T . Докажите, что $TB = TM$.
6. В треугольнике ABC вписана окружность, касающаяся сторон BC , CA и AB в точках X , Y и Z — соответственно. На плоскости отметили точку K . Серединные перпендикуляры к отрезкам KX , KY и KZ пересекают прямые BC , CA и AB в точках X_1 , Y_1 и Z_1 соответственно. Докажите, что точки X_1 , Y_1 и Z_1 лежат на одной прямой.