

Комбинаторная геометрия

- Докажите, что если плоскость разбита на части прямыми и окружностями, то получившуюся карту можно раскрасить в два цвета так, что части, граничащие по дуге или отрезку, будут разного цвета.
- (а) Докажите, что если несколько отрезков на прямой таковы, что у каждых двух есть общая точка, то у них всех есть общая точка.

(б) На плоскости нарисовано несколько многоугольников, каждые два из которых имеют общую точку. Докажите, что найдется прямая, пересекающая все эти многоугольники.
- На плоскости нарисовано несколько прямых (не меньше двух), никакие две из которых не параллельны и никакие три не проходят через одну точку. Докажите, что среди частей, на которые эти прямые делят плоскость, найдется хотя бы один угол.
- Докажите, что любой выпуклый многоугольник площади 1 можно поместить в прямоугольник площади 2.
- На плоскости отметили 2025 точек. Середины отрезков, соединяющих каждую пару точек, покрасили в красный цвет. Какое наименьшее число красных точек могло получиться?
- (а) Могут ли в выпуклом пятиугольнике $ABCDE$ углы ACD , BDE , CEA , DAB , EBC быть тупыми?

(б) Докажите, что для любой точки O внутри выпуклого многоугольника найдется сторона l такая, что проекция O на прямую, содержащую l , лежит на l .