

Теорема Паскаля. Добавка.

1. Пусть O и I — центры описанной и вписанной окружностей прямоугольного треугольника, R и r — радиусы этих окружностей, J — точка, симметричная вершине прямого угла относительно I . Найдите OJ .
2. Равносторонний треугольник ABC вписан в окружность Ω и описан вокруг окружности ω . На сторонах AC и AB выбраны точки P и Q соответственно так, что отрезок PQ проходит через центр треугольника ABC . Окружности Γ_b и Γ_c построены на отрезках BP и CQ как на диаметрах. Докажите, что окружности Γ_b и Γ_c пересекаются в двух точках, одна из которых лежит на Ω , а другая — на ω .
3. В треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и BB_1 и биссектрисы AA_2 и BB_2 ; а его вписанная окружность касается сторон BC и AC в точках A_3 и B_3 соответственно. Докажите, что прямые A_1B_1 , A_2B_2 и A_3B_3 пересекаются в одной точке или параллельны.