

Продолжаем открывать заново линейную алгебру
08 октября 2023 г.

7. Все рёбра полного графа на n вершинах раскрашены в чёрный и красный цвета. Известно, что общее число красных рёбер кратно трём и что из любой вершины выходит чётное число красных рёбер. Докажите, что всем C_n^3 треугольникам можно назначить такие целые веса, чтобы для каждого чёрного ребра сумма весов содержащих его треугольников была равна 0, а для каждого красного аналогичная сумма была равна 1.

8. На окружности отмечено n точек, в точках сидят несколько ($< n$) жуков. По команде ВПРАВО какой-то один жук переползает на свободную соседнюю точку по часовой стрелке (а по команде ВЛЕВО — против). Докажите, что для любой фиксированной начальной конфигурации число способов выполнить k команд ВПРАВО равно числу способов выполнить k команд ВЛЕВО.

9. Рёбра некоторого графа на n вершинах раскрашены в n цветов. Выяснилось, что для любого цвета в графе существует простой цикл нечётной длины, состоящий из рёбер этого цвета. Докажите, что в графе можно найти простой цикл нечётной длины, в котором цвета всех рёбер различны.

Продолжаем открывать заново линейную алгебру
08 октября 2023 г.

7. Все рёбра полного графа на n вершинах раскрашены в чёрный и красный цвета. Известно, что общее число красных рёбер кратно трём и что из любой вершины выходит чётное число красных рёбер. Докажите, что всем C_n^3 треугольникам можно назначить такие целые веса, чтобы для каждого чёрного ребра сумма весов содержащих его треугольников была равна 0, а для каждого красного аналогичная сумма была равна 1.

8. На окружности отмечено n точек, в точках сидят несколько ($< n$) жуков. По команде ВПРАВО какой-то один жук переползает на свободную соседнюю точку по часовой стрелке (а по команде ВЛЕВО — против). Докажите, что для любой фиксированной начальной конфигурации число способов выполнить k команд ВПРАВО равно числу способов выполнить k команд ВЛЕВО.

9. Рёбра некоторого графа на n вершинах раскрашены в n цветов. Выяснилось, что для любого цвета в графе существует простой цикл нечётной длины, состоящий из рёбер этого цвета. Докажите, что в графе можно найти простой цикл нечётной длины, в котором цвета всех рёбер различны.