

В меру идейная добавка

1. В клетки таблицы размером 9×9 расставили все натуральные числа от 1 до 81. Вычислили произведения чисел в каждой строке таблицы и получили набор из девяти чисел. Затем вычислили произведения чисел в каждом столбце таблицы и также получили набор из девяти чисел. Могли ли полученные наборы оказаться одинаковыми?
2. Даны три квадратных трёхчлена $P(x)$, $Q(x)$ и $R(x)$ с положительными старшими коэффициентами, имеющие по два различных корня. Оказалось, что при подстановке корней трёхчлена $R(x)$ в многочлен $P(x) + Q(x)$ получаются равные значения. Аналогично при подстановке корней трёхчлена $P(x)$ в многочлен $Q(x) + R(x)$ получаются равные значения, а также при подстановке корней трёхчлена $Q(x)$ в многочлен $P(x) + R(x)$ получаются равные значения. Докажите, что три числа: сумма корней трёхчлена $P(x)$, сумма корней трёхчлена $Q(x)$ и сумма корней трёхчлена $R(x)$ равны между собой.
3. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями BC и AD . Точки B_0 и C_0 симметричны точкам B и C относительно прямых CD и AB соответственно. Докажите, что середина отрезка, соединяющего центры описанных окружностей треугольников ABC_0 и B_0CD , равноудалена от точек A и D .