

## Нужно мыслить проще

1. В столовой есть два 50-литровых кастрюли: с молоком и с какао, в них налито по 40 литров жидкости. 10 поваров по очереди перелили жидкость между кастрюлями с помощью черпаков вместимостью 1, 3, 5 и 7 литров (каждый повар – одним черпаком один раз). В итоге в кастрюлях оказалось снова по 40 литров жидкости. Чего больше: молока в какао или какао в молоке?
2. Возможно ли на шахматной доске покрасить 21 клетку в белый цвет, 21 в черный и 22 в зеленый так, чтобы на любой диагонали было не больше 2 цветов?
3. Бильярдная траншея имеет форму прямоугольника толщиной в диаметр бильярдного шара и имеет две лузы на концах. Сейчас по траншее катится 2024 бильярдных шара одинаковой массы, имеющие одинаковую скорость, причём 1012 из них в одну сторону, а остальные – в другую. Докажите, что рано или поздно все шары окажутся в лузах (при столкновении шары разлетаются в разные стороны не теряя скорость).
4. На прямоугольной сковородке можно одновременно выпекать  $n$  круглых блинов диаметром 10 см. Докажите, что на этой же сковородке можно одновременно выпекать  $4n$  круглых блинов диаметра 5 см.
5. Король Горностаев приказал построить дорогу между Н. и М., расстояние между которыми 400 м. Отправленная бригада оказалась ленивой. Они решили в первый день построить 1 м дороги, а в каждый следующий день – строить  $1/10$  м дороги, где – длина уже построенной к этому моменту дороги в метрах. Построит ли бригада дорогу за конечное время?
6. Даны две картофелины произвольной формы и размера. Докажите, что по поверхности каждой из них можно проложить по проволочке так, что получается два изогнутых колечка (не обязательно плоских), одинаковых по форме и размеру.
7. У Маши есть 9 гирь суммарным весом 1. Она называет набор гирек *большим*, если вес гирек в нём хотя бы  $2/3$ . Маша выяснила, что может выбрать из своих гирек большой набор  $N$  способами. Какому наибольшему числу может равняться  $N$ ?
8. Числа  $a_1, a_2, \dots, a_{18}$  таковы, что  $a_{k+1} \geq a_k^2 + \frac{4}{17}$  для всех  $1 \leq k \leq 17$ . Докажите, что  $a_{18} \geq a_1^2$ .