

Соответственные элементы в подобных треугольниках

1. Касательная в точке A к описанной окружности треугольника ABC пересекает продолжение стороны BC за точку B в точке K ; L – середина AC , а точка M на отрезке AB такова, что $\angle AKM = \angle CKL$. Докажите, что $MA = MB$.
2. Внутри треугольника ABC с углом B равным 6° отмечена точка T такая, что $\angle ATB = \angle BTC = \angle ATC = 120^\circ$. Докажите, что точки B , T и середины сторон AB и BC лежат на одной окружности.
3. На боковой стороне AB равнобедренного треугольника ABC выбрана точка E , а на продолжении основания AC за точку A выбрана точка D , так что $\angle BDC = \angle ECA$. Докажите, что площади треугольников DEC и ABC равны.
4. Пусть BH – высота прямоугольного треугольника ABC ($B = 90^\circ$). Внеписанная окружность треугольника ABH , противолежащая вершине B , касается прямой AB в точке A_1 . Аналогично определяется точка C_1 . Докажите, что $AC \parallel A_1C_1$.
5. Дан вписанный четырёхугольник $ABCD$. Продолжения его противоположных сторон пересекаются в точках P и Q . Пусть M и N – середины диагоналей. Докажите, что сумма углов PMQ и PNQ равна 180° .
6. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC лучи AB и DC пересекаются в точке K . Точки P и Q – центры описанных окружностей треугольников ABD и BCD . Докажите, что $\angle PKA = \angle QKD$.
7. На стороне BC треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что углы CAQ и BAQ равны углам B и C соответственно. Пусть P' и Q' – точки симметричные вершине A относительно точек P и Q соответственно. Докажите, что прямые BP' и CQ' пересекаются на описанной окружности треугольника ABC .