

## Оценки в комбинаторных задачах

1. Незнайка нарисовал прямоугольник, разделил его на 64 меньших прямоугольника, проведя по 7 прямых, параллельных каждой из сторон исходного прямоугольника. После этого Знайка указывает одновременно на  $N$  прямоугольников разбиения, а Незнайка называет площадь каждого из этих прямоугольников. При каком наименьшем  $N$  Знайка сможет гарантированно узнать размеры прямоугольника?
2. Какое наибольшее количество ладей двух цветов можно поставить на шахматную доску так, чтобы:
  - ладьи обоих цветов присутствуют;
  - ладьи двух разных цветов не бьют друг друга (при этом ладьи одного цвета могут бить друг друга);
  - при перекрашивании любой ладьи в противоположный цвет хотя бы одно из двух первых условий нарушается?
3. Каждый школьник решил одну из 20 задач по математике и одну из 11 задач по физике. Известно, что у любых двух наборов задач не совпадают. При этом для каждого школьника верно следующее: какую-то из тех двух задач, которые он решил, решил еще не более одного школьника. Каково наибольшее возможное количество школьников?
4. По кругу лежат 2016 шаров, каждый из которых покрашен в один из 32 цветов, причем шаров каждого цвета ровно 63. Найдите наименьшее  $N$  с таким условием: гарантированно найдутся  $N$  последовательных шаров, среди которых встречается хотя бы 16 цветов.
5. Квадрат  $9 \times 9$  разрезан на квадраты  $2 \times 2$  и “уголки” из трех клеток. Какое наибольшее количество квадратов  $2 \times 2$  могло при этом получиться?