Метрические соотношения в треугольнике

A, B, C — вершины; a, b, c — длины сторон; α, β, γ — углы треугольника; p — полупериметр треугольника; S — площадь треугольника; h_a, h_b, h_c — длины высот; r_a, r_b, r_c — радиусы вневписанных окружностей треугольника; r, R — радиусы вписанной и описанной окружности; I, O — центры описанной и вписанной окружности; H — ортоцентр.

1. **(a)** $S = pr$; **(b)** $S = (p-a)r_a$; **(c)** $S = \dfrac{abc}{4R}$; **(d)** $S = \dfrac{cr_ar_b}{r_a+r_b}$.
2. $\dfrac{1}{h_a} + \dfrac{1}{h_b} + \dfrac{1}{h_c} = \dfrac{1}{r_a} + \dfrac{1}{r_b} + \dfrac{1}{r_c} = \dfrac{1}{r}$.
3. $S = Rr(\sin A + \sin B + \sin C)$.
4. $S = p^2 tg\frac{\alpha}{2} tg\frac{\beta}{2} tg\frac{\gamma}{2}$.
5. $OH^2 = 9R^2 - (a^2+b^2+c^2)$.
6. **(Формула Эйлера)** $OI^2 = R^2 - 2Rr$.
7. $4R = r_a + r_b + r_c - r$.
8. **(Формула Карно)** $OA_1 + OB_1 + OC_1 = R + r$, где A_1, B_1, C_1 – середины сторон треугольника.
9. **Японская теорема о вписанном многоугольнике.** Если вписанный n-угольник разрезать на $n-2$ треугольника непересекающимися диагоналями, то сумма радиусов их вписанных окружностей не зависит от способа разрезания.