

Разнобой

1. 50 рыцарей короля Артура сидели за круглым столом. Перед каждым из них стоял бокал красного или белого вина. Известно, что на столе стоял хотя бы один бокал красного вина и хотя бы один бокал белого вина. Король два раза хлопнул в ладоши. После первого хлопка каждый рыцарь, перед которым стоял бокал красного вина, взял у своего левого соседа его бокал, а после второго хлопка каждый рыцарь, перед которым стоял бокал белого вина (и, возможно, что-нибудь еще), передал этот бокал левому соседу своего левого соседа. Докажите, что кто-то из рыцарей остался без вина.
2. Вокруг елки стоят 10 детей разного роста. Время от времени один из них перебегает на другое место (между какими-то двумя детьми). Дети хотят как можно скорее встать по росту в порядке возрастания по часовой стрелке (от самого низкого к самому высокому). Какого наименьшего количества таких перебежек им заведомо хватит, как бы они ни стояли изначально?
3. Из одной бактерии получилось 1000 следующим образом: сначала бактерия разделилась на две, затем одна из двух получившихся бактерий разделилась на две, затем одна из трёх получившихся бактерий разделилась на две, и так далее. Докажите, что в некоторый момент существовала такая бактерия, число потомков которой среди 1000 бактерий, получившихся в конце, заключено между 100 и 250.
4. Дед мороз и Олень играют в игру. Есть треугольная сетка 2023×2023 (правильный треугольник со стороной 2023, разбитый на единичные правильные треугольники). За ход можно по линиям сетки обвести границу выпуклой фигуры, причем новая граница не должна иметь общих точек с уже нарисованными линиями. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре, если Олень ходит первым?
5. В некоторых клетках таблицы 100×100 расставлены фишки. Клетка называется хорошей, если ровно в двух соседних с ней по стороне клетках стоят фишки, причем эти две клетки граничат по углу. Может ли на доске быть ровно 2023 хороших клеток?
6. Некоторые эльфы, помогающие Санта Клаусу, поссорились. Известно, что если посадить любую группу из трёх или более эльфов за стол по кругу, найдутся соседи не в ссоре. Все эльфы сидят за круглым столом. Если сидящие рядом эльфы не в ссоре, они могут поменяться местами. Докажите, что эльфы могут расположиться в любом круговом порядке (отличающиеся поворотом рассадки считаются одинаковыми).