

Сумма углов многоугольника

Подмножество плоскости называется *выпуклым*, если вместе с любыми двумя своими точками A и B оно содержит весь отрезок AB .

Для многоугольников существует много эквивалентных определений выпуклости: все углы меньше 180° ; каждая диагональ лежит внутри многоугольника и др.

Теорема. Сумма углов произвольного n -угольника ($n \geq 3$) на плоскости равна $180^\circ(n - 2)$.

Следствие. Сумма внешних углов n -угольника равна 360° .

- (а) Выпуклый многоугольник разбит непересекающимися диагоналями на треугольники. Докажите, что количество получившихся треугольников не зависит от способа разбиения.

(б) На какое наименьшее количество треугольников можно разрезать (не обязательно диагоналями) выпуклый n -угольник?
- Внутри выпуклого n -угольника отмечено k точек так, что никакие три из них не лежат на одной прямой. Данный n -угольник разрезали на треугольники так, что все $n + k$ точек являются вершинами треугольников и эти треугольники не имеют никаких других вершин. Сколько получилось треугольников?
- В некотором городе каждая улица идёт либо с севера на юг, либо с востока на запад (дороги двусторонние). Автомобилист совершил прогулку по этому городу, сделал ровно 100 поворотов налево. Сколько поворотов направо он мог сделать при этом, если никакое место он не проезжал дважды и в конце вернулся назад?
- Докажите, что среди вершин выпуклого девятиугольника можно найти три, образующие тупоугольный треугольник, ни одна сторона которого не совпадает со сторонами девятиугольника.
- В выпуклом 100-угольнике провели несколько диагоналей так, что никакие три из них не пересекаются в одной точке. В результате многоугольник разбился на треугольники. Каково наибольшее возможное число треугольников?
- (а) Докажите, что при $n > 4$ любой выпуклый n -угольник можно разрезать на n тупоугольных треугольников.

(б) Докажите, что при любом n существует выпуклый n -угольник, который нельзя разрезать меньше, чем на n тупоугольных треугольников.