

Правильные четырёхугольники

1. На сторонах AB , AC треугольника ABC внешним образом построены квадраты $ABXP$ и $ACYQ$. Докажите, что отрезки PC и BQ равны, и найдите угол между ними.
2. На сторонах параллелограмма $ABCD$ внешним образом построены квадраты. Докажите, что центры построенных квадратов являются вершинами квадрата.
3. В равнобедренном прямоугольном треугольнике ABC на гипотенузе AB взяты точки P и Q (Q лежит на отрезке BP) такие, что $\angle PCQ = 45^\circ$. Докажите, что из отрезков AP , BQ и PQ можно составить прямоугольный треугольник.
4. На сторонах BC и CD квадрата $ABCD$ взяты точки M и N соответственно, причём
 - (а) $\angle MAN = \angle NAD$. Докажите, что $BM + DN = AM$.
 - (б) $\angle MAN = 45^\circ$. Докажите, что $BM + DN = MN$.
5. Внутри квадрата $ABCD$ отмечена точка X . Докажите, что прямые, проведённые через вершины B , C , D , A перпендикулярно прямым AX , BX , CX , DX соответственно, пересекаются в одной точке.
6. Пусть $ABCD$ — квадрат со стороной 1. Точки P , Q , M , N выбраны на его сторонах AB , BC , CD , DA соответственно так, что $AP + AN + CQ + CM = 2$. Докажите, что $PM \perp QN$.
7. На сторонах AB , AC треугольника ABC внешним образом построены квадраты $ABXP$ и $ACYQ$. В треугольнике ABC проведена медиана AM . Докажите, что $AM \perp PQ$.