

Числовые игры

1. Том Соьер и Гекльберри Финн красят забор из 20 досок. Каждый по очереди красит одну из досок (любую по своему выбору) в синий или зелёный цвет. Начинает Том. Когда весь забор покрашен, подсчитывают число n изменений цвета (то есть границ, где синий цвет сменяется зелёным и наоборот) и Гекльберри отдаёт Тому n фантиков. Какое наименьшее количество фантиков будет вынужден отдать Гекльберри?
2. Игра происходит на квадрате клетчатой бумаги 9×9 . Играют двое, ходят по очереди. Начинаящий игру ставит в свободные клетки крестики, его партнёр — нолики. Когда все клетки заполнены, подсчитывается количество x строк и столбцов, в которых крестиков больше, чем ноликов, и количество y строк и столбцов, в которых ноликов больше, чем крестиков. Разность $x - y$ считается выигрышем игрока, который начинает. Найдите наибольший выигрыш, который может гарантировать себе первый игрок.
3. Карлсон разрезает торт на два куска, после чего Малыш разрезает один из кусков (по своему выбору) на два. Получившиеся три куска по очереди, выбирая любой из оставшихся кусков, забирают Карлсон, Малыш и снова Карлсон. Какую наибольшую часть торта может гарантированно забрать себе Карлсон?
4. На доске написано число 0. Два игрока по очереди приписывают справа к выражению на доске: первый — знак «+» или «-», второй — одно из натуральных чисел от 1 до 761. Игроки делают по 761 ходу, причём второй записывает каждое из чисел от 1 до 761 ровно по одному разу. В конце игры второй игрок получает выигрыш, равный модулю алгебраической суммы, написанной на доске. Какой наибольший выигрыш он может себе гарантировать?
5. На доске написаны числа от 1 до 1024. Артемий и Вадим по очереди стирают числа, начинает Артемий. За один ход любой игрок стирает половину написанных чисел. Игра заканчивается, когда осталось два числа. Цель Вадима — добиться того, чтобы разность между этими числами была как можно меньше. Какую наименьшую разность может обеспечить Вадим?
6. Дана белая доска 8×8 . Играют Миша и Федя. Первым ходом Миша закрашивает n клеток красным цветом. Затем Федя выбирает 4 строки и 4 столбца и красит все клетки в их объединении в чёрный цвет. Миша выигрывает, если на доске осталась хотя бы одна красная клетка. Найдите наименьшее n , при котором Миша сможет выиграть вне зависимости от действий Федеи.