

Диагностическая работа. Очный этап.

Задача 1. Петя с Васей стоят у доски. Петя по очереди называет Васе все натуральные числа в порядке возрастания, начиная с 2. Вася, услышав очередное число, раскладывает это число на простые множители и записывает на доску количество этих множителей (например, услышав число $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$, Вася запишет число 3). В какой-то момент Вася впервые записал на доску число, большее 2023. Верно ли, что следующее записанное число также будет больше 2023?

Задача 2. В зоопарке жили 2024 гнома, каждый из которых сделал по одному высказыванию. Первый сказал: «На улице солнце». Начиная со второго, все высказывания были «Среди предыдущих высказываний более 25% неверны». Сколько ложных высказываний могли сделать гномы?

Задача 3. На сторонах AC и BC треугольника ABC выбраны такие точки D и E , что $AD = CE$. Оказалось, что $BD = DE$ и $\angle BDC = \angle BED$. Найдите длину отрезка AC , если $AB = a$ и $BE = b$.

Задача 4. Расстановку фишек в клетках шахматной доски 8×8 назовём *свободной*, если для каждой фишки найдётся свободная клетка, симметричная этой фишке относительно какой-то другой стоящей на доске фишки. Найдите наибольшее возможное количество фишек в свободной расстановке.

Задача 5. Существуют ли 2024 таких рациональных числа, что произведение любых 99 из них является целым числом, а произведение любых 100 из них — нет?

Задача 6. Дан алфавит из n букв. Последовательность букв называется *словом*, если между двумя одинаковыми буквами нет двух одинаковых букв.

(а) (2 балла) Найдите максимальную длину слова.

(б) (5 баллов) Найдите количество слов максимальной длины.