

Пересечение биссектрис

1. В треугольнике ABC точка I является пересечением внутренних биссектрис, I_B — пересечением внешних биссектрис углов A и C , I_A — пересечением внешних биссектрис углов B и C . Пусть $\angle ABC = \alpha$. Выразите через α : (а) $\angle AIC$; (б) $\angle AI_B C$; (в) $\angle CI_A A$.
2. В треугольнике ABC проведены биссектрисы AD и BE . Оказалось, что DE — биссектриса треугольника ADC . Найдите угол BAC .
3. Биссектрисы двух соседних углов четырехугольника пересекаются в середине его стороны. Докажите, что либо у этого четырехугольника равны два угла, либо две стороны параллельны.
4. В треугольнике ABC с углом B , равным 120° , проведены биссектрисы AA_1 , BB_1 и CC_1 . Докажите, что $\angle A_1 B_1 C_1 = 90^\circ$.
5. В треугольнике ABC $\angle B = 120^\circ$. Точка M — основание биссектрисы угла B , а точка N — точка пересечения внешней биссектрисы угла C и луча AB . Прямая MN пересекает сторону BC в точке K . Докажите, что $\angle AKM = \angle KNC$.
6. В треугольнике ABC угол A равен 60° . На сторонах AB и AC выбраны точки K и L соответственно так, что $BK = KL = LC$. Докажите, что угол KLC в два раза больше угла ABC .
7. Точка M — середина стороны AB равностороннего треугольника ABC . Точки D и E на сторонах AC и BC соответственно таковы, что $\angle DME = 60^\circ$. Докажите, что $AD + BE = DE + \frac{AB}{2}$.
8. Точка E на стороне AD квадрата $ABCD$ такова, что $\angle AEB = 60^\circ$. Биссектриса угла ABE , отразившись от стороны AD , пересекает отрезок BE в точке F . Докажите, что точка F лежит на диагонали квадрата.
9. Пусть P — точка внутри треугольника ABC . Известно, что $\angle BAP = 10^\circ$, $\angle ABP = 20^\circ$, $\angle PCA = 30^\circ$ и $\angle PAC = 40^\circ$. Найдите величину угла $\angle PBC$.