

## Диагностическая работа. Дистанционный этап.

**Задача 1.1.** Известно, что число  $b$  является средним арифметическим действительных чисел  $a$  и  $c$ . Чему может быть равно значение выражения  $ab + bc - ac - b^2$ , если  $a - c = 10$ ? Укажите все варианты ответа.

**Задача 2.1.** На клумбе в ряд растёт 75 цветков, какие-то распустились, остальные — нет. Известно, что если посмотреть на два цветка, между которыми ровно 5 других цветков, то один из них распустился, а другой нет. Какое наибольшее количество распустившихся цветков может быть?

**Задача 3.1.** За круглым столом сидят 30 человек в чёрных и белых колпаках. Люди в чёрных колпаках всегда врут, люди в белых колпаках всегда говорят правду. Известно, что у каждого человека в чёрном колпаке ровно один из его соседей тоже носит чёрный колпак. Всех сидящих за столом спросили, сколько у них соседей в чёрных колпаках. 12 человек ответили, что ровно один, а остальные — что два (все видят цвета колпаков друг друга). Сколько всего людей за столом носят чёрные колпаки?

**Задача 4.1.** В ряду чисел

$$1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, \dots, 201, 201 \dots, 201$$

каждое число  $n$  встречается ровно  $n$  раз для всех  $n$  от 1 до 201. Выберем в этом ряду такое число, слева и справа от которого чисел поровну. Чему равно это число?

**Задача 5.1.** У Лены и Миши есть по несколько коробок, в каждой из которых лежит натуральное число конфет. Общее количество конфет во всех коробках Лены в 13 раз больше общего количества конфет во всех коробках Миши. А если Лена отдаст коробку с наименьшим количеством конфет Мише, то у неё будет в 8 раз больше конфет, чем у него. Какое наибольшее количество коробок конфет могло быть у Лены?

**Задача 6.1.** Обозначим через  $H(n)$  сумму нечётных цифр числа  $n$ . Например,  $H(48) = 0$ ,  $H(5) = 5$ ,  $H(1287) = 8$ . Найдите сумму  $H(1) + H(2) + \dots + H(300)$ .

**Задача 7.1.** Сколькими способами можно вырезать из клетчатого прямоугольника  $2 \times 2017$  две клетки так, чтобы остаток можно было разрезать на уголки из трёх клеток?

**Задача 8.1.** Пусть  $n = 2^{2023} - 2023^2$ . Найдите последнюю цифру числа  $2^n - n^2$ .

**Задача 9.1.** На дворе лежат две кучи брёвен, в первой 2002 бревна, во второй — 4024. Артемий и Вадим ходят по очереди, начинает Артемий. За ход можно взять ненулевое чётное число брёвен из одной кучи, половину порубить, а оставшиеся сложить в другую

кучу. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Сколько брёвен и из какой кучи надо взять Артемию, чтобы победить независимо от ходов Вадима?

**Задача 10.1.** В прямоугольнике  $ABCD$  на отрезках  $BD$  и  $AB$  отмечены такие точки  $P$  и  $Q$ , что  $BP = BA$  и  $PQ = BQ$ . Найдите длину отрезка  $BD$ , если  $DP = 2$  и  $AQ = 5$ .

**Задача 11.1.** Назовем пару натуральных чисел  $n$  и  $m$  особой, если  $\sqrt{n} - \sqrt{m} = \sqrt{2024}$ . Какое наименьшее значение может принимать сумма двух чисел, образующих особую пару?

**Задача 12.1.** У Деда Мороза есть пятнадцать подарков: в первом подарке лежит одна конфета, во втором — две конфеты, в третьем — три, ..., в пятнадцатом — пятнадцать. Сколькими способами можно пронумеровать подарки числами от 1 до 15 так, чтобы ровно в одном подарке количество конфет было больше, чем номер подарка?