

## Параллельный перенос

1. Две деревни находятся по разные стороны от широкой прямолинейной реки. Миша может построить мост, перпендикулярный реке. Где именно ему нужно это сделать, чтобы добраться из одной деревни в другую как можно быстрее?
2. Внутри прямоугольника  $ABCD$  взята точка  $M$ . Докажите, что существует выпуклый четырёхугольник с перпендикулярными диагоналями длин  $AB$  и  $BC$ , стороны которого равны  $AM$ ,  $BM$ ,  $CM$ ,  $DM$ .
3. Доказать, что трапеция является равнобедренной тогда и только тогда, когда
  - (а) углы при одном из оснований трапеции равны;
  - (б) диагонали трапеции равны.
4. Отрезки  $AB$  и  $CD$  длины 1 пересекаются под углом  $60^\circ$ . Докажите, что  $AC + BD \geq 1$ .
5. На медиане  $AM$  треугольника  $ABC$  отмечена точка  $X$ . Точка  $Y$  такова, что  $XY \parallel AB$  и  $CY \parallel AM$ . Докажите, что  $BX = AY$ .
6. В треугольнике  $ABC$  на стороне  $AB$  выбраны точки  $K$  и  $L$  так, что  $AK = BL$ , а на стороне  $AC$  — точки  $M$  и  $N$  так, что  $AM = NC$ . Докажите, что  $KM + NL \geq BC$ .
7. (а) Докажите, что в треугольнике медиана меньше полусуммы заключающих её сторон.  
(б) Пусть  $P, Q$  — середины сторон  $AB$  и  $CD$  четырёхугольника  $ABCD$ . Докажите, что  $PQ \leq \frac{BC+AD}{2}$ , причём равенство достигается тогда и только тогда, когда четырёхугольник  $ABCD$  является трапецией.