Алгебра или геометрия?

1. Если $0 \leqslant x_1, x_2, x_3, x_4 \leqslant 1$, то верно

$$x_1(1-x_2)+x_2(1-x_3)+x_3(1-x_4)+x_4(1-x_1) \leqslant 2.$$

2. Докажите, что если $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3 > 0$ и $a_1 + b_1 = a_2 + b_2 = a_3 + b_3 = k$, то верно $a_1b_2 + a_2b_3 + a_3b_1 < k^2$.

3. Докажите, что если $a, b, c > 0$, то верно неравенство

$$\sqrt{a^2-ab+b^2}+\sqrt{b^2-bc+c^2} \geqslant \sqrt{a^2+ac+c^2}.$$

4. Найдите минимум выражения $\sqrt{x^2+1}+\sqrt{y^2+4}+\sqrt{z^2+9}+\sqrt{t^2+16}$ при условии $x+y+z+t=10$ и x, y, z, t — положительны.

5. $|x_1|, |x_2| \leqslant 1$. Докажите, что $\sqrt{1-x_1^2}+\sqrt{1-x_2^2} \leqslant 2\sqrt{1-\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)^2}$.

6. Пусть $x, y, z > 0$ и выполняется система

$$\begin{cases} x^2+xy+\dfrac{y^2}{3}=25 \\ \dfrac{y^2}{3}+z^2=9 \\ z^2+zx+x^2=16 \end{cases}$$

Найдите $xy+2yz+3xz$.

7. Положительные числа a, b и c таковы, что выполнены равенства

$$\begin{cases} a^2+ab+b^2=1 \\ b^2+bc+c^2=3 \\ c^2+ca+a^2=4 \end{cases}$$

Найдите $a+b+c$.