

## Алгебра и ТЧ помогают

1. Семь школьников играли в математическую игру. Оказалось, что каждую задачу решили не больше 3 школьников, а для любой пары школьников нашлась задача, которую решили они оба. Какое минимальное число задач могло быть на игре?
2. На клетчатой плоскости изображен правильный  $n$ -угольник с вершинами в узлах сетки. Докажите, что
  - (a)  $n \neq 3$
  - (b)  $n$  четное
  - (c)  $n = 4$ .
3. В ряд выписаны  $n$  чисел. Оказалось, что сумма любых семи подряд отрицательна, а сумма любых одиннадцати подряд — положительна. При каком максимальном  $n$  это возможно?
4. Из клетчатого квадрата  $13 \times 13$  вырезали центральную клетку. Докажите, что оставшуюся фигуру нельзя разрезать на прямоугольники  $1 \times 4$ .
5. 19 команд сыграли друг с другом однокруговой волейбольный турнир. Могло ли так оказаться, что для любых трёх команд нашлась команда, обыгравшая их всех?
6. Граф  $K_n$  покрыли  $k$  двудольными графами так, что каждое ребро исходного графа покрыто ровно один раз. Докажите, что
  - (a) это возможно при  $k = n - 1$
  - (b) это невозможно при  $k < n - 1$