

Алгебра и ТЧ помогают

1. Семь школьников играли в математическую игру. Оказалось, что каждую задачу решили не больше 3 школьников, а для любой пары школьников нашлась задача, которую решили они оба. Какое минимальное число задач могло быть на игре?
2. На клетчатой плоскости изображен правильный n -угольник с вершинами в узлах сетки. Докажите, что
 - (a) $n \neq 3$
 - (b) n четное
 - (c) $n = 4$.
3. В ряд выписаны n чисел. Оказалось, что сумма любых семи подряд отрицательна, а сумма любых одиннадцати подряд — положительна. При каком максимальном n это возможно?
4. Из клетчатого квадрата 13×13 вырезали центральную клетку. Докажите, что оставшуюся фигуру нельзя разрезать на прямоугольники 1×4 .
5. 19 команд сыграли друг с другом однокруговой волейбольный турнир. Могло ли так оказаться, что для любых трёх команд нашлась команда, обыгравшая их всех?
6. Граф K_n покрыли k двудольными графами так, что каждое ребро исходного графа покрыто ровно один раз. Докажите, что
 - (a) это возможно при $k = n - 1$
 - (b) это невозможно при $k < n - 1$