

Таблички

1. Шахматная фигура *хомяк* бьёт 8 клеток, которые расположены от неё на две или три клетки левее, правее, выше или ниже (а соседние клетки не бьёт). Какое наибольшее число не бьющих друг друга хомяков можно расставить на доске 8×8 ?
2. В квадрате размером 3×3 Гриша вырезал 4 квадратика размера 1×1 со сторонами, параллельными сторонам изначального квадрата (необязательно по линиям сетки). Рита из оставшейся части квадрата 3×3 хочет также вырезать какой-нибудь один квадрат по таким же правилам. Какой наибольший размер квадрата может гарантировать себе Рита независимо от действий Гриши?
3. Заяц записал в каждую клетку таблицы 2024×2024 число ноль или один. Назовём натуральное число k интересным, если в любом из клетчатых квадратов со стороной k , расположенных в таблице, сумма чисел равна k ($k \leq 2024$). Какое наибольшее количество чисел могут быть интересными?
4. Яша записывает в клетки таблицы 99×99 все натуральные числа от 1 до 99^2 (каждое число по разу). Гриша смотрит на таблицу, выбирает несколько клеток, среди которых нет двух клеток, имеющих общую сторону, а затем считает сумму чисел во всех выбранных клетках. Какую наибольшую сумму гарантированно может обеспечить Гриша?
5. Заяц и Волк играют в игру на доске 20×20 , изначально доска пустая. Каждым ходом Заяц ставит коня на свободную клетку так, чтобы этот конь не бил всех предыдущих коней. Волк каждым своим ходом просто занимает одну из пустых клеток своей фишкой. Начинает Заяц, игра заканчивается, когда кто-то из игроков не может сделать ход. Найдите наибольшее число коней, которое Заяц может гарантированно поставить на доску вне зависимости от действий Волка.
6. Гриша и Паша играют в игру на доске 2022×2022 , в каждой клетке которой изначально стоит 0. Гриша за свой ход выбирает клетку и прибавляет 1 к числу в этой клетке, а также ко всем соседним по стороне или диагонали клеткам. Паша за свой ход выбирает 4 различные клетки и уменьшает все положительные числа на этих клетках на 1. Игроки ходят по очереди, начинает Гриша. Клетка называется «хайповой», если в ней написано число, которое не меньше миллиона. Найдите наибольшее число хайповых клеток, которое Гриша может гарантировать после конечного числа ходов вне зависимости от действий Паши.
7. Заяц поставил фишку на какую-то клетку доски 11×11 . За один ход Заяц передвигает фишку на соседнюю по стороне клетку, но при этом нельзя делать два одинаковых хода подряд (например, нельзя двигать вправо 2 раза подряд). Какое наибольшее количество клеток Заяц может посетить такими ходами, если нельзя наступать на одну клетку дважды?