

Процессы

1. По кругу стоят буквы А и В, всего 41 буква. Можно заменять АВА на В и наоборот, а также ВАВ на А и наоборот. Верно ли, что из любого начального расположения можно получить такими операциями круг, на котором стоит ровно одна буква?
2. Натуральное число кратно 4. Все его делители выписали в строку в порядке возрастания. Докажите, что в этой строке найдется пара соседей с разностью 2.
3. На доске написаны $2n$ ненулевых чисел. За ход можно разбить написанные числа на пары произвольным образом и каждую пару чисел заменить на их сумму и разность (не обязательно вычитать из большего числа меньшее, все замены происходят одновременно). Докажите, на доске больше никогда не повторится набор исходных чисел.
4. На доске написано простое число. Каждую минуту его изменяют: умножают на 2 и либо прибавляют, либо вычитают 1. Докажите, что когда-нибудь получится составное число.
5. Последовательность задана рекуррентной формулой $x_{n+1} = [x_n]\{x_n\}$. Докажите, что последовательность периодична (возможно, с предпериодом), если x_1 **(а)** положительное **(b)** произвольное.
6. По кругу расставлено несколько коробочек. В каждой из них может лежать один или несколько шариков (или она может быть пустой). Ход состоит в том, что из какой-то коробочки берутся все шарики и раскладываются по одному, двигаясь по часовой стрелке, начиная со следующей коробочки. На каждом ходу разрешается брать шарики из любой коробочки. Верно ли, что за несколько ходов из любого начального расположения шариков по коробочкам можно получить любое другое?