

Алгоритмы

1. Даны числа $1, 2, \dots, N$, каждое из которых окрашено либо в чёрный, либо в белый цвет. Разрешается перекрашивать в противоположный цвет любые три числа, одно из которых равно полусумме двух других. При каких N всегда можно сделать все числа белыми?
2. В нескольких мешках лежит ровно $\frac{n(n+1)}{2}$ монет. За один ход мы берём по одной монете из мешка, заводим новый мешок и кладём туда взятые монеты, пустые мешки выкидываем. Докажите, что через некоторое число ходов будет n таких мешков с монетами, что один мешок будет с одной монетой, один мешок — с двумя монетами, \dots , один мешок с n монетами.
3. Имеется 7 золотых, 7 серебряных и 7 бронзовых монет, среди которых 1 монета фальшивая. Настоящие монеты из одного металла весят одинаково. Если фальшивая монета золотая, она тяжелее настоящей золотой, если бронзовая — легче настоящей бронзовой, а если серебряная, то она может весить как меньше, так и больше. Можно ли за 3 взвешивания на двучашечных весах найти фальшивую монету?
4. Среди $2n + 1$ человека есть $n + 1$ рыцарь и n лжецов. За одно действие мы можем выбрать двух различных человек X и Y и спросить у X , верно ли, что Y — рыцарь. За какое наименьшее количество действий можно гарантированно определить «роль» хотя бы одного человека?
5. Среди 1000 монет есть четыре фальшивых. Все настоящие монеты весят одинаково, фальшивые — тоже, фальшивая монета легче настоящей. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь найти хотя бы 100 настоящих монет?
6. Детектив Ниро Вульф расследует преступление. В деле замешаны 80 человек, среди которых один — преступник, еще один — свидетель преступления (но неизвестно, кто это). Каждый день детектив может пригласить к себе одного или нескольких из этих 80 человек, и если среди приглашенных есть свидетель, но нет преступника, то свидетель сообщит, кто преступник. Может ли детектив заведомо раскрыть дело за 12 дней?
7. Шесть кучек монет S_1, S_2, \dots, S_6 стоят в ряд. Изначально в каждой кучке по одной монете. Нам доступны две операции:
 1. Убрать одну монету из кучки с номером от 1 до 5 и добавить 2 монеты в следующую за ней кучку
 2. Взять одну монету из кучки с номером от 1 до 4 и поменять местами следующие 2 за ней кучки.

Можем ли мы получить набор кучек, где первые 5 пустые, а в шестой 2023²⁰²³ монет?