

## Тематический разнобой

1. В квадрате со стороной 1 находится 51 точка. Докажите, что какие-то три из них можно накрыть кругом радиуса  $1/7$ .
2. Каким наименьшим числом кругов радиуса 1 можно целиком накрыть круг радиуса 2?
3. Внутри окружности радиуса  $n$  расположено  $4n$  отрезков длиной 1. Докажите, что можно провести прямую, параллельную или перпендикулярную прямой  $l$  и пересекающую по крайней мере два данных отрезка.
4. Безумный танкист (неподвижная точка плоскости) угрожает всех уничтожить, а отряд комсомольцев пытается огородить его бетонными стенами (непересекающиеся отрезки на плоскости). Снаряд танка пробивает  $k$  стен, но застревает в  $(k + 1)$ -ой. Какое минимальное количество стен потребуется, чтобы вне зависимости от выбора танкистом направления стрельбы его снаряд застревал в одной из стен?
5. В круге радиуса 16 расположено 650 точек. Докажите, что найдётся кольцо с внутренним радиусом 2 и внешним радиусом 3, в котором лежит не менее 10 из данных точек.
6. Известно, что в кадр фотоаппарата, расположенного в точке  $O$ , не могут попасть предметы  $A$  и  $B$  такие, что угол  $AOB$  больше  $179^\circ$ . На плоскости поставлено 1000 таких фотоаппаратов. Одновременно каждым фотоаппаратом делают по одному снимку. Доказать, что найдётся снимок, на котором сфотографировано не больше 998 фотоаппаратов.
7. Внутри выпуклого  $2n$ -угольника взята точка  $P$ . Через каждую вершину и точку  $P$  проведена прямая. Докажите, что найдётся сторона  $2n$ -угольника, с которой ни одна из проведенных прямых не имеет общих внутренних точек.