

Тематический разнобой

1. В квадрате со стороной 1 находится 51 точка. Докажите, что какие-то три из них можно накрыть кругом радиуса $1/7$.
2. Каким наименьшим числом кругов радиуса 1 можно целиком накрыть круг радиуса 2?
3. Внутри окружности радиуса n расположено $4n$ отрезков длиной 1. Докажите, что можно провести прямую, параллельную или перпендикулярную прямой l и пересекающую по крайней мере два данных отрезка.
4. Безумный танкист (неподвижная точка плоскости) угрожает всех уничтожить, а отряд комсомольцев пытается огородить его бетонными стенами (непересекающиеся отрезки на плоскости). Снаряд танка пробивает k стен, но застревает в $(k + 1)$ -ой. Какое минимальное количество стен потребуется, чтобы вне зависимости от выбора танкистом направления стрельбы его снаряд застревал в одной из стен?
5. В круге радиуса 16 расположено 650 точек. Докажите, что найдётся кольцо с внутренним радиусом 2 и внешним радиусом 3, в котором лежит не менее 10 из данных точек.
6. Известно, что в кадр фотоаппарата, расположенного в точке O , не могут попасть предметы A и B такие, что угол AOB больше 179° . На плоскости поставлено 1000 таких фотоаппаратов. Одновременно каждым фотоаппаратом делают по одному снимку. Доказать, что найдётся снимок, на котором сфотографировано не больше 998 фотоаппаратов.
7. Внутри выпуклого $2n$ -угольника взята точка P . Через каждую вершину и точку P проведена прямая. Докажите, что найдется сторона $2n$ -угольника, с которой ни одна из проведенных прямых не имеет общих внутренних точек.