

Повторение — мать

1. Не пересекающиеся окружности ω_1 и ω_2 видны из точки S под равными углами. Прямые SX и SY касаются ω_1 и ω_2 в точках X и Y соответственно, причем обе окружности лежат в одной и той же полуплоскости относительно каждой из этих прямых. Прямая XU вторично пересекает окружности в точках Z и T соответственно. Докажите, что $XZ = UT$.
2. На сторонах треугольника ABC построены квадраты ABC_1D_1 и A_2BCD_2 . Доказать, что точка пересечения AD_2 и CD_1 принадлежит высоте треугольника ABC с вершины B .
3. Пусть H — ортоцентр остроугольного треугольника ABC , Ω — окружность описанная около ABC . Окружность с диаметром AH пересекает описанную окружность ABC в точке P . Пусть Q на Ω такова, что $QP \parallel BC$. Прямая AH вторично пересекает Ω в точке R . Докажите, что RQ делит BC пополам.
4. Продолжения боковых сторон AB и CD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке Q , а диагонали — в точке P . Точка S на отрезке BC такова, что $AS = DS$. Докажите, что $\angle PSB = \angle QSB$.
5. На стороне BC треугольника ABC выбраны точки P и Q . Докажите, что линия центров вписанных окружностей треугольников BAQ и CAQ и линия центров вписанных окружностей треугольников BAQ и CAP пересекаются на BC .
6. Пусть ABC и DEF — два треугольника, которые имеют общую вписанную окружность ω и описанную окружность γ . Пусть L — точка касания EF с ω , и определим K аналогично для BC . Обозначим N как пересечение AL и γ , и M как пересечение DK и γ . Докажите, что прямые AM , EF , BC и ND пересекаются в одной точке.