

Первый разбой

1. На меньшей дуге AC остроугольного треугольника ABC выбрана точка D . Точка E на отрезке AC такова, что $DE = AE$. На прямой $\ell \parallel AB$, проходящей через точку E выбирается такая точка F , что $BF = CF$. Докажите, что точки D , E , C и F лежат на одной окружности.
2. Прямая Эйлера неравнобедренного треугольника касается вписанной в него окружности. Докажите, что треугольник тупоугольный.
3. Диагонали трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC пересекаются в точке P . Окружность Ω_{AB} с центром на отрезке CD проходит через точки A и B , а окружность Ω_{CD} с центром на отрезке AB проходит через точки C и D . Докажите, что точка P лежит на прямой, проходящей через точки пересечения окружностей Ω_{AB} и Ω_{CD} .
4. Дан треугольник ABC . Точка X такова, что $BX \perp BC$ и $AX = BX$; а точка Y такова, что $CY \perp BC$ и $AU = CY$. Прямые XY и BC пересекаются в точке T . Докажите, что прямая AT касается (ABC) .
5. На стороне BC остроугольного треугольника ABC выбрана точка P . Докажите, что линия центров вписанных окружностей треугольников $BA P$ и $CA P$ и линия центров их невписанных окружностей, касающихся отрезка BC , пересекаются на прямой BC .
6. На плоскости проведено 3000 прямых общего положения. Докажите, что среди частей, на которые эти прямые разбили плоскость, найдется **a)** треугольник **b)** не менее 1000 треугольников.