

## Разрезание на параллелограммы

1. Докажите, что равносторонний треугольник нельзя разрезать на параллелограммы.
2. (а) Докажите, что если выпуклый многоугольник можно разбить на несколько параллелограммов, то он имеет центр симметрии.  
(б) Верно ли обратное утверждение, то есть что любой выпуклый центрально симметричный многоугольник можно разрезать на параллелограммы?  
(в) Выпуклый многоугольник можно разрезать на центрально-симметричные многоугольники. Докажите, что у него есть центр симметрии.
3. Какое наименьшее число сторон может иметь нечётноугольник (не обязательно выпуклый), который можно разрезать на параллелограммы?
4. Выпуклый многоугольник разбит на параллелограммы. Вершину многоугольника, принадлежащую только одному параллелограмму, назовем *хорошей*. Докажите, что хороших вершин не менее трёх.
5. Правильный 100-угольник разрезали на несколько параллелограммов и два треугольника. Докажите, что эти треугольники равны.
6. Правильный 100-угольник разрезан на параллелограммы. Докажите, что среди них не менее 25 прямоугольников. Найти их общую площадь, если длина стороны 100-угольника равна 1.
7. Правильный шестиугольник разрезан на  $N$  равновеликих параллелограммов. Докажите, что  $N$  делится на 3.
8. На плоскости расположен выпуклый центрально-симметричный 100-угольник с вершинами в целых точках. Докажите, что его площадь не меньше  $99 \times 50$ .
9. Дан равносторонний треугольник  $ABC$ . Точка  $D$  симметрична  $A$  относительно  $BC$ . Можно ли разбить треугольник  $ABC$  на несколько многоугольников, каждый многоугольник параллельно перенести так, чтобы из них составилась треугольник  $BCD$ ?