

Графы

1. Могут ли степени вершин в графе быть равны:
(а) 8, 6, 5, 4, 4, 3, 2, 2?
(б) 7, 7, 6, 5, 4, 2, 2, 1?
(в) 6, 6, 6, 5, 5, 3, 2, 2?
2. Пусть в графе на n вершинах степень каждой вершины хотя бы $n/2$. Докажите, что такой граф связан.
3. Какое наименьшее число ребер можно удалить из полного графа на n вершинах, чтобы он стал несвязен?
4. Пусть в графе степень каждой вершины хотя бы d . Докажите, что найдется цикл длины не меньше d .
5. Докажите, что в графе всегда найдутся две вершины одной степени.
6. Докажите, что для каждого n найдётся граф на n вершинах такой, что среди любых трех вершин есть вершины разной степени.
7. В компании из семи человек любые шесть могут сесть за круглый стол так, что каждые два соседа окажутся знакомыми. Докажите, что и всю компанию можно усадить за круглый стол так, что каждые два соседа окажутся знакомыми.