

Принцип крайнего

1. Плоскость разрезана вдоль N прямых общего положения. Докажите, что к каждой прямой примыкает треугольник.
2. Из точки внутри выпуклого многоугольника опускают перпендикуляры на его стороны или их продолжения. Докажите, что хотя бы один перпендикуляр попадёт на сторону.
3. Виктор Дмитриевич захотел отметить на плоскости 1000 точек так, что для каждой отмеченной точки A найдутся две точки B и C , такие что A — середина отрезка BC . Сможет ли он так сделать?
4. На столе лежат произвольные монеты без наложений. Докажите, что найдётся монета, которая касается не более пяти других.
5. На плоскости дано 300 точек, никакие 3 которых не лежат на одной прямой. Докажите, что существует 100 попарно не пересекающихся треугольников с вершинами в этих точках.
6. Пусть $n > 3$. Докажите, что в любом (невыпуклом) n -угольнике можно выбрать диагональ, целиком лежащую внутри многоугольника.
7. Юрий Алексеевич отметил на плоскости $n > 2$ точек, не все из которых лежат на одной прямой. Докажите, что Андрей Константинович может провести прямую, содержащую ровно две отмеченных точки.