Все любят играть!

1. На клетчатой бумаге нарисован прямоугольник 666×777. В левом нижнем углу стоит фишка. Алиса и Боб по очереди передвигают ее на любое количество клеток либо вправо, либо вверх. Первой ходит Алиса. Выигрывает тот, кто поставит фишку в правый верхний угол. Кто выигрывает при правильной игре?

2. В куче 2020 камней. Каждым ходом Алиса и Боб берут из кучи от 1 до 3 камней. Выигрывает тот, кто забирает последний камень. Кто выигрывает при правильной игре?

3. На плоскости отмечено $n \geqslant 3$ точек (никакие три не лежат на одной прямой) и k отрезков, соединяющих некоторые из них. Алиса и Боб играют в следующую игру. Ходы делаются по очереди. Сначала Алиса выбирает две точки, называет одну из них A, другую B и кладет фишку в A. После этого каждым своим ходом Боб передвигает фишку из одной отмеченной точки в другую вдоль отрезка (если это возможно), а Алиса каждым своим ходом удаляет один отрезок (кроме отмеченных точек). Боб победит, если сможет переместить фишку в B, если не сможет — то победит Алиса. Число точек n фиксировано. При каком наибольшем k Алиса может гарантировать себе победу независимо от того, какие отрезки проведены изначально?

4. Имеется 10 фишек: 2 белых, 2 чёрных, 2 красных, 2 синих и 2 зелёных. Алиса и Боб ставят по очереди по одной фишке в одной из вершин 10-угольника. Алиса хочет получить 5 последовательных вершин всех пяти цветов. Игру начинает Боб. Сможет ли он помешать Алисе?

5. Игра начинается с числа 1000. Алиса и Боб по-очереди вычитают из имеющегося числа любое, не превосходящее его, натуральное число, являющееся степенью двойки (в том числе $1 = 2^0$). Выигрывает тот, кто получит 0. Кто выигрывает при правильной игре?

6. На доске написаны числа $0, 1, 2, 3, \dots 1024$. Алиса и Боб по очереди вычёркивают их. Сначала Алиса вычеркивает 512 чисел, затем Боб — 256 из оставшихся, затем Алиса — 128 чисел и т. д. На десятом шаге Боб зачёркивает 1 число, остаются два. Затем Боб платит Алисе разницу между этими числами. Сколько заплатит Боб, если оба будут играть наилучшим образом?

7. Алиса и Боб выписывают k-значное число, выставляя по очереди по одной цифре, начиная со старшего разряда. Если число разделится нацело на 11, то выигрывает сделавший последний ход, иначе — другой. Кто выигрывает при правильной игре?

8. У Алисы и Боба есть один стакан кваса и неограниченное количество пустых стаканов. Алиса каждым ходом переливает часть кваса из любого непустого стакана в два пустых стакана. Боб каждым ходом выбирает два непустых стакана и переливает квас из одного в другой. Алиса хочет в какой-то момент получить 100 непустых стаканов, в которых поровну кваса. Удастся ли ей это?

9. Дан полный граф на 2020 вершинах. Алиса и Боб по очереди удаляют его ребра, причем Боб каждым ходом удаляет одно ребро, а Алиса — либо одно, либо три. Первым ходит Боб. Проигрывает тот, после чьего хода в графе появляется изолированная вершина. Кто выигрывает при правильной игре?