

Окружности-5. Найди центр.

1. В трапеции $ABCD$ основание AD в два раза меньше основания BC . Внутри трапеции взяли точку M так, что углы BAM и CDM прямые.
 - а) Докажите, что $BM = CM$.
 - б) Найдите угол ABC , если угол BCD равен 64° , а расстояние от точки M до прямой BC равно стороне AD .
2. На сторонах выпуклого четырёхугольника $ABCD$ во внешнюю сторону построены прямоугольники. Оказалось, что все вершины этих прямоугольников, отличные от точек A, B, C, D , лежат на одной окружности. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ — вписанный
3. а) В треугольнике ABC $\angle A = 30^\circ, \angle B = 70^\circ$. На стороне BC построен равносторонний треугольник BMC так, что точки M и A расположены по одну сторону от прямой BC . Найдите $\angle MAC$.
б) Внутри угла ABC равностороннего треугольника ABC взята точка M так, что $\angle BMC = 30^\circ, \angle BMA = 17^\circ$. Найдите $\angle BAM$ и $\angle BCM$.
4. В треугольнике ABC $\angle C = 75^\circ, \angle B = 60^\circ$. Вершина M равнобедренного прямоугольного треугольника BCM с гипотенузой BC лежит внутри треугольника ABC . Найдите угол MAC .
5. В четырёхугольнике $ABCD$ длины сторон AB и BC равны 1, $\angle B = 100^\circ, \angle D = 130^\circ$. Найдите BD .
6. Внутри квадрата $ABCD$ выбрана такая точка M такая, что $\angle MAC = \angle MCD = \alpha$. Найдите величину угла ABM .
7. В треугольнике ABC угол C равен 135° . На стороне AB вне треугольника построен квадрат с центром O . Найдите OC , если $AB = 6$.
8. Дан треугольник ABC , в котором $\angle A = 30^\circ, \angle B = 40^\circ$. На стороне AB взята такая точка D , что $\angle BDC = 80^\circ$. Докажите, что $AD = BC$.
9. а) Из вершины A квадрата $ABCD$ выпущены два луча, между которыми угол 45° . Один из них пересекает BD в точке M , другой — BC в точке N . Найдите углы треугольника AMN .
б) Один из лучей пересекает сторону CD в точке K . Докажите, что центр окружности, описанной около треугольника ANK , принадлежит диагонали AC .
10. Окружность радиуса 2 касается середины отрезка AC треугольника ABC и пересекает сторону BC в точках K, L , так что $BK = KL = LC$. Известно, что угол B равен 45° . Чему равны AC и BC ?
11. Внутри равнобедренного треугольника ABC отмечена точка K так, что $AB = BC = CK$ и $\angle KAC = 30^\circ$. Найдите угол AKB .

Домашнее задание

12. Две прямые пересекаются в точке A под углом, не равным 90° ; B и C — проекции точки M на эти прямые. Найдите угол между прямой BC и прямой, проходящей через середины отрезков AM и BC .
13. Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$, в котором $\angle A = 60^\circ, \angle B = 150^\circ, \angle C = 45^\circ, AB = BC$. Докажите, что треугольник ABD — равносторонний.

Окружности-5. Найди центр.

1. В трапеции $ABCD$ основание AD в два раза меньше основания BC . Внутри трапеции взяли точку M так, что углы BAM и CDM прямые.
 - а) Докажите, что $BM = CM$.
 - б) Найдите угол ABC , если угол BCD равен 64° , а расстояние от точки M до прямой BC равно стороне AD .
2. На сторонах выпуклого четырёхугольника $ABCD$ во внешнюю сторону построены прямоугольники. Оказалось, что все вершины этих прямоугольников, отличные от точек A, B, C, D , лежат на одной окружности. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ — вписанный
3. а) В треугольнике ABC $\angle A = 30^\circ, \angle B = 70^\circ$. На стороне BC построен равносторонний треугольник BMC так, что точки M и A расположены по одну сторону от прямой BC . Найдите $\angle MAC$.
б) Внутри угла ABC равностороннего треугольника ABC взята точка M так, что $\angle BMC = 30^\circ, \angle BMA = 17^\circ$. Найдите $\angle BAM$ и $\angle BCM$.
4. В треугольнике ABC $\angle C = 75^\circ, \angle B = 60^\circ$. Вершина M равнобедренного прямоугольного треугольника BCM с гипотенузой BC лежит внутри треугольника ABC . Найдите угол MAC .
5. В четырёхугольнике $ABCD$ длины сторон AB и BC равны 1, $\angle B = 100^\circ, \angle D = 130^\circ$. Найдите BD .
6. Внутри квадрата $ABCD$ выбрана такая точка M такая, что $\angle MAC = \angle MCD = \alpha$. Найдите величину угла ABM .
7. В треугольнике ABC угол C равен 135° . На стороне AB вне треугольника построен квадрат с центром O . Найдите OC , если $AB = 6$.
8. Дан треугольник ABC , в котором $\angle A = 30^\circ, \angle B = 40^\circ$. На стороне AB взята такая точка D , что $\angle BDC = 80^\circ$. Докажите, что $AD = BC$.
9. а) Из вершины A квадрата $ABCD$ выпущены два луча, между которыми угол 45° . Один из них пересекает BD в точке M , другой — BC в точке N . Найдите углы треугольника AMN .
б) Один из лучей пересекает сторону CD в точке K . Докажите, что центр окружности, описанной около треугольника ANK , принадлежит диагонали AC .
10. Окружность радиуса 2 касается середины отрезка AC треугольника ABC и пересекает сторону BC в точках K, L , так что $BK = KL = LC$. Известно, что угол B равен 45° . Чему равны AC и BC ?
11. Внутри равнобедренного треугольника ABC отмечена точка K так, что $AB = BC = CK$ и $\angle KAC = 30^\circ$. Найдите угол AKB .

Домашнее задание

12. Две прямые пересекаются в точке A под углом, не равным 90° ; B и C — проекции точки M на эти прямые. Найдите угол между прямой BC и прямой, проходящей через середины отрезков AM и BC .
13. Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$, в котором $\angle A = 60^\circ, \angle B = 150^\circ, \angle C = 45^\circ, AB = BC$. Докажите, что треугольник ABD — равносторонний.