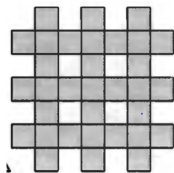


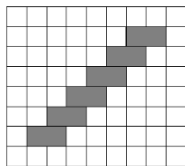
Шахматная раскраска

6 декабря

1. Круг разбит на шесть секторов, в одном из которых стоит единица, а в остальных - нули. Разрешается прибавлять по единице к числам, стоящим в двух соседних секторах. Можно ли такими операциями сделать все числа делящимися на три?
2. На какое наименьшее число прямоугольников можно разрезать такую фигуру? (Резать можно только по границам клеток, фигура состоит только из тёмных клеток.)



3. а) Поле представляет собой клетчатый квадрат 9×9 , в одной из клеток которого замаскирован танк. Истребитель за один выстрел обстреливает одну клетку. Если произошло попадание, танк переползает на соседнюю по стороне клетку поля, если нет — остаётся на месте. При этом после выстрела пилот истребителя не знает, произошло ли попадание. Для уничтожения танка надо попасть в него два раза. Можно ли обойтись 121 выстрелами для того, чтобы гарантировать, что танк уничтожен?
 б) Докажите, что меньшим количеством обойтись невозможно.
4. Вася и Петя по очереди красят в синий и красный цвета клетки доски размера 10×10 на 10 клеток. Вася красит в синий любую не окрашенную на момент его хода клетку, у которой ни одна из соседних по стороне клеток уже не окрашена в синий цвет, а Петя красит в красный любую не окрашенную на момент его хода клетку. Вася ходит первым, какое максимальное количество клеток он всегда может окрасить в синий цвет, как бы ни мешал ему Петя?
5. Какое наибольшее количество доминошек можно поставить на поле 8×9 так, чтобы они друг друга не перекрывали, если известно, что шесть из них должны стоять именно так, как на картинке?



6. Правильный треугольник со стороной 3 разбит на девять треугольных клеток, как показано на рисунке. В этих клетках изначально записаны нули. За один ход можно выбрать два числа, находящиеся в соседних по стороне клетках, и либо прибавить к обоим по единице, либо вычесть из обоих по единице. Петя хочет сделать несколько

ходов так, чтобы после этого в клетках оказались записаны в некотором порядке последовательные натуральные числа $n, n + 1, \dots, n + 8$. При каких n он сможет это сделать?



7. Коля и Дима играют в игру на доске 8×8 , делая ходы по очереди, начинает Дима. Коля рисует в клетках крестики, а Дима накрывает прямоугольниками 1×2 (доминошками) пары соседних по стороне клеток доски. За свой ход Коля должен поставить один крестик в любую пустую клетку (т. е. в клетку, в которой ещё не нарисован крестик и которая ещё не покрыта доминошкой). Дима за свой ход должен накрыть доминошкой две соседних клетки (ещё не накрытые другими доминошками), в которых суммарно чётное число крестиков (0 или 2). Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из игроков имеет выигрышную стратегию?
8. В одной из вершин куба сидят N бабочек, остальные вершины пусты. Каждую минуту с одной из вершин куба по одной бабочке перелетают в каждую из трёх соседних с данной по ребру вершин куба, одна - в противоположную (относительно центра) вершину, и еще одна - улетает вдаль и больше не возвращается. Найдите все значения N , при которых через некоторое время в каждой вершине куба может оказаться одинаковое число бабочек.

Домашнее задание.

9. Можно ли доску размером 50×50 разрезать на фигуры из четырех клеток в форме буквы «Г»?