

Ходьба по доскам

5 декабря

1. Заяц нарисовал в клетчатой тетради доску 8×8 . Волк расставил натуральные числа в таблицу так, чтобы в двух соседних по стороне клетках числа различались не больше, чем на единицу, а также украл тетрадку. Заяц прознал, что в таблице точно есть число 5 и число 19, но не знает, где именно расположены эти числа. Помогите Зайцу разгадать эту загадку, не смотря в тетрадку.
 2. На центральной клетке доски 5×7 стоит шахматный конь. Может ли он за 34 хода обойти все клетки доски ровно по одному разу?
 3. Вася записал в клетки таблицы 9×9 натуральные числа от 1 до 81 (в каждой клетке стоит по числу, все числа различны). Оказалось, что любые два числа, отличающихся на 3, стоят в соседних по стороне клетках. Верно ли, что обязательно найдутся две угловых клетки, разность чисел в которых делится на 6?
 4. В одной из клеток шахматной доски 10×10 стоит ладья. Переходя каждым ходом в соседнюю по стороне клетку, она обошла все клетки доски, побывав в каждой ровно по одному разу. Докажите, что для каждой главной диагонали доски верно следующее утверждение: в маршруте ладьи есть два последовательных хода, первым из которых она ушла с этой диагонали, а следующим — вернулась на неё.
 5. Дана доска 15×15 . Некоторые пары центров соседних по стороне клеток соединили отрезками так, что получилась замкнутая не самопересекающаяся ломаная, симметричная относительно одной из диагоналей доски. Докажите, что длина ломаной не больше 200.
 6. Натуральные числа $1, 2, \dots, 64$ записаны в клетках таблицы 8×8 так, что для всех $k = 1, 2, 3, \dots, 63$ числа k и $k + 1$ находятся в соседних по стороне клетках. Каково максимальное значение возможной суммы чисел на главной диагонали?
 7. В ячейки куба $11 \times 11 \times 11$ поставлены по одному числа $1, 2, \dots, 1331$. Из одного углового кубика в противоположный угловой отправляются два червяка. Каждый из них может проползать в соседний по грани кубик, при этом первый может проползать, если число в соседнем кубике отличается на 8, второй — если отличается на 9. Существует ли такая расстановка чисел, что оба червяка смогут добраться до противоположного углового кубика?
 8. Вася поставил фишку на какую-то клетку доски 11×11 . За один ход Вася передвигает фишку на соседнюю по стороне клетку, но при этом нельзя делать два одинаковых хода подряд (например, нельзя двигать вправо 2 раза подряд). Какое наибольшее количество клеток Вася может посетить такими ходами, если нельзя наступать на одну клетку дважды?
- Домашнее задание.**
9. Заяц нарисовал в клетчатой тетради доску 8×8 . Волк расставил натуральные числа от единицы до 64 в клетках этой таблицы. Докажите, что в этой таблице найдутся две соседние по стороне клетки, числа в которых отличаются хотя бы на 5.

Ходьба по доскам

5 декабря

1. Заяц нарисовал в клетчатой тетради доску 8×8 . Волк расставил натуральные числа в таблицу так, чтобы в двух соседних по стороне клетках числа различались не больше, чем на единицу, а также украл тетрадку. Заяц прознал, что в таблице точно есть число 5 и число 19, но не знает, где именно расположены эти числа. Помогите Зайцу разгадать эту загадку, не смотря в тетрадку.
 2. На центральной клетке доски 5×7 стоит шахматный конь. Может ли он за 34 хода обойти все клетки доски ровно по одному разу?
 3. Вася записал в клетки таблицы 9×9 натуральные числа от 1 до 81 (в каждой клетке стоит по числу, все числа различны). Оказалось, что любые два числа, отличающихся на 3, стоят в соседних по стороне клетках. Верно ли, что обязательно найдутся две угловых клетки, разность чисел в которых делится на 6?
 4. В одной из клеток шахматной доски 10×10 стоит ладья. Переходя каждым ходом в соседнюю по стороне клетку, она обошла все клетки доски, побывав в каждой ровно по одному разу. Докажите, что для каждой главной диагонали доски верно следующее утверждение: в маршруте ладьи есть два последовательных хода, первым из которых она ушла с этой диагонали, а следующим — вернулась на неё.
 5. Дана доска 15×15 . Некоторые пары центров соседних по стороне клеток соединили отрезками так, что получилась замкнутая не самопересекающаяся ломаная, симметричная относительно одной из диагоналей доски. Докажите, что длина ломаной не больше 200.
 6. Натуральные числа $1, 2, \dots, 64$ записаны в клетках таблицы 8×8 так, что для всех $k = 1, 2, 3, \dots, 63$ числа k и $k + 1$ находятся в соседних по стороне клетках. Каково максимальное значение возможной суммы чисел на главной диагонали?
 7. В ячейки куба $11 \times 11 \times 11$ поставлены по одному числа $1, 2, \dots, 1331$. Из одного углового кубика в противоположный угловой отправляются два червяка. Каждый из них может проползать в соседний по грани кубик, при этом первый может проползать, если число в соседнем кубике отличается на 8, второй — если отличается на 9. Существует ли такая расстановка чисел, что оба червяка смогут добраться до противоположного углового кубика?
 8. Вася поставил фишку на какую-то клетку доски 11×11 . За один ход Вася передвигает фишку на соседнюю по стороне клетку, но при этом нельзя делать два одинаковых хода подряд (например, нельзя двигать вправо 2 раза подряд). Какое наибольшее количество клеток Вася может посетить такими ходами, если нельзя наступать на одну клетку дважды?
- Домашнее задание.**
9. Заяц нарисовал в клетчатой тетради доску 8×8 . Волк расставил натуральные числа от единицы до 64 в клетках этой таблицы. Докажите, что в этой таблице найдутся две соседние по стороне клетки, числа в которых отличаются хотя бы на 5.