

Турниры

Обычно в футбольных турнирах за победу дается +3, за ничью — +1, за поражение — 0. А в шахматных за победу — +2, за ничью — +1, за поражение — 0.

- а) В однокруговом футбольном турнире пяти команд победитель набрал столько очков, сколько все остальные вместе взятые. Сколько ничьих было в этом турнире?
б) Пять шахматистов провели однокруговой турнир, в котором все набрали разное количество очков. При этом шахматист, занявший первое место, не имел ничьих, занявший второе — поражений и только один участник не имел побед. Восстановите результаты турнира.
- В футбольном турнире играли семь команд: каждая команда по одному разу сыграла с каждой. В следующий круг отбираются команды, набравшие тринадцать и более очков. За победу даётся 3 очка, за ничью — 1 очко, за поражение — 0 очков. Какое наибольшее количество команд может выйти в следующий круг?
- В турнире по волейболу (ничьей не бывает), прошедшем в один круг, 20% всех команд не выиграли ни одной игры. Сколько было команд?
- В турнире по олимпийской системе (проигравший выбывает) участвует 50 боксеров. Какое наименьшее количество боев надо провести, чтобы выявить победителя?
- Какие-то две команды набрали в круговом волейбольном турнире одинаковое число очков (ничьей не бывает). Докажите, что найдутся такие команды А, В и С, что А выиграла у В, В выиграла у С, а С выиграла у А.
- Шесть футбольных команд в однокруговом турнире набрали 12, 10, 9, 8, 7 и 6 очков. Сколько очков начислялось за победу, если за ничью начислялось 1 очко? (Количество очков начисляемых за победу обязательно целое.)
- Двенадцать волейбольных команд сыграли турнир в один круг (ничьих не бывает). Обязательно ли найдутся такие три команды, что каждая из девяти оставшихся проиграла хотя бы одной из этих трех?
- В турнире по волейболу n команд сыграли в один круг (каждая играла с каждой по одному разу, ничьих в волейболе не бывает). Пусть P — сумма квадратов чисел, задающих количество побед каждой команды, Q — сумма квадратов чисел, задающих количество их поражений. Докажите, что $P = Q$.
- Федерация спортивной борьбы присвоила каждому участнику соревнования квалификационный номер. Известно, что во встречах борцов, квалификационные номера которых отличаются более чем на 2 номера, всегда побеждает борец с меньшим номером. Турнир для 256 борцов проводится по олимпийской системе: в начале каждого дня бойцы разбиваются на пары, проигравший выбывает из соревнований (ничьих не бывает). Какой наибольший квалификационный номер может иметь победитель?
- В турнире по минифутболу принимаются ставки на четыре команды. На первую команду ставки принимаются в соотношении 1 : 5 (при выигрыше первой команды игрок получает сумму, которую он поставил на эту команду и плюс пятикратную сумму, т. е. получает в шесть раз больше поставленных денег, а при проигрыше деньги не возвращаются). На вторую команду ставки принимаются в соотношении 1 : 1, на третью — 1 : 8, на четвертую — 1 : 7. Можно ли так поставить, чтобы выиграть при любом исходе турнира?
- В первый день 2^n школьников играли в пинг-понг «навывает»: сначала сыграли двое, затем победитель сыграл с третьим, победитель этой пары — с четвертым и т.д., пока не сыграл последний школьник (ничьих в пинг-понге не бывает). Во второй день те же школьники разыграли кубок: сначала произвольно разбились на пары и сыграли в парах, проигравшие выбыли, а победители снова произвольно разбились на пары и сыграли в парах, и т.д. Оказалось, что наборы игравших пар в первый и во второй день были одни и те же (возможно, победители были другие). Найдите наибольшее возможное значение n .
- На сборах теннисистов было 30 мастеров и 30 юниоров. Каждый мастер сыграл с одним мастером и пятнадцатью юниорами, а каждый юниор — с одним юниором и пятнадцатью мастерами. Докажите, что найдутся такие два мастера и два юниора, что эти мастера сыграли между собой, юниоры — между собой, каждый из двух мастеров — хотя бы с одним из двух юниоров, а каждый из двух юниоров — хотя бы с одним из двух мастеров.

Турниры

Обычно в футбольных турнирах за победу дается +3, за ничью — +1, за поражение — 0. А в шахматных за победу — +2, за ничью — +1, за поражение — 0.

- а) В однокруговом футбольном турнире пяти команд победитель набрал столько очков, сколько все остальные вместе взятые. Сколько ничьих было в этом турнире?
б) Пять шахматистов провели однокруговой турнир, в котором все набрали разное количество очков. При этом шахматист, занявший первое место, не имел ничьих, занявший второе — поражений и только один участник не имел побед. Восстановите результаты турнира.
- В футбольном турнире играли семь команд: каждая команда по одному разу сыграла с каждой. В следующий круг отбираются команды, набравшие тринадцать и более очков. За победу даётся 3 очка, за ничью — 1 очко, за поражение — 0 очков. Какое наибольшее количество команд может выйти в следующий круг?
- В турнире по волейболу (ничьей не бывает), прошедшем в один круг, 20% всех команд не выиграли ни одной игры. Сколько было команд?
- В турнире по олимпийской системе (проигравший выбывает) участвует 50 боксеров. Какое наименьшее количество боев надо провести, чтобы выявить победителя?
- Какие-то две команды набрали в круговом волейбольном турнире одинаковое число очков (ничьей не бывает). Докажите, что найдутся такие команды А, В и С, что А выиграла у В, В выиграла у С, а С выиграла у А.
- Шесть футбольных команд в однокруговом турнире набрали 12, 10, 9, 8, 7 и 6 очков. Сколько очков начислялось за победу, если за ничью начислялось 1 очко? (Количество очков начисляемых за победу обязательно целое.)
- Двенадцать волейбольных команд сыграли турнир в один круг (ничьих не бывает). Обязательно ли найдутся такие три команды, что каждая из девяти оставшихся проиграла хотя бы одной из этих трех?
- В турнире по волейболу n команд сыграли в один круг (каждая играла с каждой по одному разу, ничьих в волейболе не бывает). Пусть P — сумма квадратов чисел, задающих количество побед каждой команды, Q — сумма квадратов чисел, задающих количество их поражений. Докажите, что $P = Q$.
- Федерация спортивной борьбы присвоила каждому участнику соревнования квалификационный номер. Известно, что во встречах борцов, квалификационные номера которых отличаются более чем на 2 номера, всегда побеждает борец с меньшим номером. Турнир для 256 борцов проводится по олимпийской системе: в начале каждого дня бойцы разбиваются на пары, проигравший выбывает из соревнований (ничьих не бывает). Какой наибольший квалификационный номер может иметь победитель?
- В турнире по минифутболу принимаются ставки на четыре команды. На первую команду ставки принимаются в соотношении 1 : 5 (при выигрыше первой команды игрок получает сумму, которую он поставил на эту команду и плюс пятикратную сумму, т. е. получает в шесть раз больше поставленных денег, а при проигрыше деньги не возвращаются). На вторую команду ставки принимаются в соотношении 1 : 1, на третью — 1 : 8, на четвертую — 1 : 7. Можно ли так поставить, чтобы выиграть при любом исходе турнира?
- В первый день 2^n школьников играли в пинг-понг «навывает»: сначала сыграли двое, затем победитель сыграл с третьим, победитель этой пары — с четвертым и т.д., пока не сыграл последний школьник (ничьих в пинг-понге не бывает). Во второй день те же школьники разыграли кубок: сначала произвольно разбились на пары и сыграли в парах, проигравшие выбыли, а победители снова произвольно разбились на пары и сыграли в парах, и т.д. Оказалось, что наборы игравших пар в первый и во второй день были одни и те же (возможно, победители были другие). Найдите наибольшее возможное значение n .
- На сборах теннисистов было 30 мастеров и 30 юниоров. Каждый мастер сыграл с одним мастером и пятнадцатью юниорами, а каждый юниор — с одним юниором и пятнадцатью мастерами. Докажите, что найдутся такие два мастера и два юниора, что эти мастера сыграли между собой, юниоры — между собой, каждый из двух мастеров — хотя бы с одним из двух юниоров, а каждый из двух юниоров — хотя бы с одним из двух мастеров.