

Нечестные игры

6 марта

1. На доске написаны числа $1/10$ и $1/11$. Паша каждым ходом называет любое положительное число, а Гриша следующим ходом обязан к одному из чисел на доске прибавить число Паши. Паша выигрывает, если одно из чисел на доске будет равно единице. Сможет ли Паша выиграть независимо от ходов Гриши?
2. Паша выписывает на доску 23-значную последовательность из нулей и единиц. Каждым ходом он выписывает по одной цифре слева направо. При этом после каждого хода Паши Гриша меняет две любые написанные цифры местами (кроме самого первого хода, потому что там всего 1 цифра). Гриша выигрывает, если итоговая последовательность будет палиндромом. Сможет ли Гриша выиграть независимо от ходов Паши?
3. Двое играющих по очереди красят стороны n -угольника. Первый может покрасить сторону, которая граничит с нулём или двумя покрашенными сторонами, второй – сторону, которая граничит с одной покрашенной стороной. Проигрывает тот, кто не может сделать хода. При каких n второй может выиграть, как бы ни играл первый?
4. Имеется $2n$ конфет и n коробок. Сначала Петя раскладывает эти конфеты по коробкам. Далее Петя и Вася по очереди берут по одной конфете и съедают, первым выбирает Петя. Игра заканчивается, когда остаются ровно 2 конфеты. Вася выигрывает, если эти две конфеты находятся в одной коробке. Сможет ли Вася выиграть, независимо от ходов Пети?
5. Петя и Вася играют по очереди, закрашивают клетки бесконечной белой клетчатой плоскости. За один ход Петя закрашивает 11 клеток зелёным, а Вася – 10 клеток красным. Перекрашивать клетки нельзя. Петя хочет нарисовать полностью зелёный квадрат 10 на 10. Сможет ли Вася ему помешать?
6. Грише и Паше подарили пластилин (изначально был один цельный кусок). За один ход Гриша может выбрать один из кусков пластилина на столе и разделить его на 3 части по своему усмотрению. Паша за свой ход может выбрать два куска на столе и соединить их в один. Игроки делают ходы по очереди, начинает Гриша. Если в какой-то момент на столе появятся 100 кусочков одинаковой массы, то Гриша побеждает. Сможет ли Паша помешать Грише победить?
7. В ряд лежат $100N$ бутербродов, каждый с колбасой и сыром. Дядя Федор и кот Матроскин играют в игру. Дядя Федор за одно действие съедает один бутерброд с одного из краев. Кот Матроскин за одно действие может стянуть колбасу с одного любого бутерброда (а может ничего не делать). Дядя Федор каждый ход делает по 100 действий подряд, а кот Матроскин делает только 1 действие; дядя Федор ходит первым, кот Матроскин вторым, далее ходы чередуются до тех пор, пока дядя Федор не доест все бутерброды. Дядя Федор выигрывает, если последний съеденный им бутерброд был с колбасой. Верно ли, что при каждом натуральном N он сможет выиграть независимо от ходов кота Матроскина?

Нечестные игры

6 марта

1. На доске написаны числа $1/10$ и $1/11$. Паша каждым ходом называет любое положительное число, а Гриша следующим ходом обязан к одному из чисел на доске прибавить число Паши. Паша выигрывает, если одно из чисел на доске будет равно единице. Сможет ли Паша выиграть независимо от ходов Гриши?
2. Паша выписывает на доску 23-значную последовательность из нулей и единиц. Каждым ходом он выписывает по одной цифре слева направо. При этом после каждого хода Паши Гриша меняет две любые написанные цифры местами (кроме самого первого хода, потому что там всего 1 цифра). Гриша выигрывает, если итоговая последовательность будет палиндромом. Сможет ли Гриша выиграть независимо от ходов Паши?
3. Двое играющих по очереди красят стороны n -угольника. Первый может покрасить сторону, которая граничит с нулём или двумя покрашенными сторонами, второй – сторону, которая граничит с одной покрашенной стороной. Проигрывает тот, кто не может сделать хода. При каких n второй может выиграть, как бы ни играл первый?
4. Имеется $2n$ конфет и n коробок. Сначала Петя раскладывает эти конфеты по коробкам. Далее Петя и Вася по очереди берут по одной конфете и съедают, первым выбирает Петя. Игра заканчивается, когда остаются ровно 2 конфеты. Вася выигрывает, если эти две конфеты находятся в одной коробке. Сможет ли Вася выиграть, независимо от ходов Пети?
5. Петя и Вася играют по очереди, закрашивают клетки бесконечной белой клетчатой плоскости. За один ход Петя закрашивает 11 клеток зелёным, а Вася – 10 клеток красным. Перекрашивать клетки нельзя. Петя хочет нарисовать полностью зелёный квадрат 10 на 10. Сможет ли Вася ему помешать?
6. Грише и Паше подарили пластилин (изначально был один цельный кусок). За один ход Гриша может выбрать один из кусков пластилина на столе и разделить его на 3 части по своему усмотрению. Паша за свой ход может выбрать два куска на столе и соединить их в один. Игроки делают ходы по очереди, начинает Гриша. Если в какой-то момент на столе появятся 100 кусочков одинаковой массы, то Гриша побеждает. Сможет ли Паша помешать Грише победить?
7. В ряд лежат $100N$ бутербродов, каждый с колбасой и сыром. Дядя Федор и кот Матроскин играют в игру. Дядя Федор за одно действие съедает один бутерброд с одного из краев. Кот Матроскин за одно действие может стянуть колбасу с одного любого бутерброда (а может ничего не делать). Дядя Федор каждый ход делает по 100 действий подряд, а кот Матроскин делает только 1 действие; дядя Федор ходит первым, кот Матроскин вторым, далее ходы чередуются до тех пор, пока дядя Федор не доест все бутерброды. Дядя Федор выигрывает, если последний съеденный им бутерброд был с колбасой. Верно ли, что при каждом натуральном N он сможет выиграть независимо от ходов кота Матроскина?