Неравенство Коши-Буняковского-Шварца

0. Для действительных чисел $x_1, x_2, ..., x_n, y_1, y_2, ..., y_n$ имеет место неравенство

$$(x_1^2 + x_2^2 + ... + x_n^2)(y_1^2 + y_2^2 + ... + y_n^2) \geq (x_1y_1 + x_2y_2 + ... + x_ny_n)^2$$

Во всех задачах числа положительные
1. (Неравенство Минковского).

$$(a_1 + a_2 + ... + a_n)(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + ... + \frac{1}{a_n}) \geq n^2$$

2. $n(x_1 + x_2 + ... + x_n) \geq (\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + ... + \sqrt{x_n})^2$
3. $a + b + c + d \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{cd} + \sqrt{da}$
4. Известно, что $9x^2 + 16y^2 + 144z^2 = 169$. Найдите максимальное значение выражения $6x - 4y + 24z$
5 (ВАЖНО). (Дробное КБШ)

$$\frac{a_1^2}{b_1} + \frac{a_2^2}{b_2} + ... + \frac{a_n^2}{b_n} \geq \frac{(a_1 + a_2 + ... + a_n)^2}{b_1 + b_2 + ... + b_n}$$

6.
$$\frac{a_1^2}{a_1 + a_2} + \frac{a_2^2}{a_2 + a_3} + ... + \frac{a_{n-1}^2}{a_{n-1} + a_n} + \frac{a_n^2}{a_n + a_1} \geq \frac{a_1 + ... + a_n}{2}$$

7.
$$\frac{a}{b + c} + \frac{b}{c + a} + \frac{c}{a + b} \geq \frac{3}{2}$$

Неравенство Коши-Буняковского-Шварца

0. Для действительных чисел $x_1, x_2, ..., x_n, y_1, y_2, ..., y_n$ имеет место неравенство

$$(x_1^2 + x_2^2 + ... + x_n^2)(y_1^2 + y_2^2 + ... + y_n^2) \geq (x_1y_1 + x_2y_2 + ... + x_ny_n)^2$$

Во всех задачах числа положительные
1. (Неравенство Минковского).

$$(a_1 + a_2 + ... + a_n)(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + ... + \frac{1}{a_n}) \geq n^2$$

2. $n(x_1 + x_2 + ... + x_n) \geq (\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + ... + \sqrt{x_n})^2$
3. $a + b + c + d \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{cd} + \sqrt{da}$
4. Известно, что $9x^2 + 16y^2 + 144z^2 = 169$. Найдите максимальное значение выражения $6x - 4y + 24z$
5 (ВАЖНО). (Дробное КБШ)

$$\frac{a_1^2}{b_1} + \frac{a_2^2}{b_2} + ... + \frac{a_n^2}{b_n} \geq \frac{(a_1 + a_2 + ... + a_n)^2}{b_1 + b_2 + ... + b_n}$$

6.
$$\frac{a_1^2}{a_1 + a_2} + \frac{a_2^2}{a_2 + a_3} + ... + \frac{a_{n-1}^2}{a_{n-1} + a_n} + \frac{a_n^2}{a_n + a_1} \geq \frac{a_1 + ... + a_n}{2}$$

7.
$$\frac{a}{b + c} + \frac{b}{c + a} + \frac{c}{a + b} \geq \frac{3}{2}$$