Геометрический разнобой

1. (2) Дана трапеция $ABCD$ с основаниями $AD=a$ и $BC=b$. Точки M и N лежат на сторонах AB и CD соответственно, причём отрезок MN параллелен основаниям трапеции. Диагональ AC пересекает этот отрезок в точке O. Найдите MN, если известно, что площади треугольников AMO и CNO равны.
2. (2) Внутри выпуклого четырехугольника $A_1A_2B_2B_1$ нашлась такая точка C, что треугольники CA_1A_2 и CB_1B_2 правильные. Точки C_1 и C_2 симметричны точке С относительно прямых A_2B_2 и A_1B_1 соответственно. Докажите, что треугольники $A_1B_1C_1$ и $A_2B_2C_2$ подобны.
3. (3) В треугольнике ABC проведены биссектрисы BB_1 и CC_1. Известно, что центр описанной окружности треугольника BB_1C_1 лежит на прямой AC. Найдите угол C треугольника.
4. (3) Дан треугольник ABC. Обозначим через M середину стороны AC, а через P — середину отрезка CM. Описанная окружность треугольника ABP пересекает отрезок BC во внутренней точке Q. Докажите, что $\angle ABM = \angle MQP$.
5. (3)Точка O — центр описанной окружности остроугольного треугольника ABC. Описанная окружность треугольника AOC вторично пересекает стороны AB и BC в точках E и F. Оказалось, что прямая EF делит площадь треугольника ABC пополам. Найдите угол B.
6. (3) Точка O — центр описанной окружности остроугольного треугольника ABC, AH — его высота. Точка P — основание перпендикуляра, опущенного из точки A на прямую CO. Докажите, что прямая HP проходит через середину отрезка AB.

Геометрический разнобой

1. (2) Дана трапеция $ABCD$ с основаниями $AD=a$ и $BC=b$. Точки M и N лежат на сторонах AB и CD соответственно, причём отрезок MN параллелен основаниям трапеции. Диагональ AC пересекает этот отрезок в точке O. Найдите MN, если известно, что площади треугольников AMO и CNO равны.
2. (2) Внутри выпуклого четырехугольника $A_1A_2B_2B_1$ нашлась такая точка C, что треугольники CA_1A_2 и CB_1B_2 правильные. Точки C_1 и C_2 симметричны точке С относительно прямых A_2B_2 и A_1B_1 соответственно. Докажите, что треугольники $A_1B_1C_1$ и $A_2B_2C_2$ подобны.
3. (3) В треугольнике ABC проведены биссектрисы BB_1 и CC_1. Известно, что центр описанной окружности треугольника BB_1C_1 лежит на прямой AC. Найдите угол C треугольника.
4. (3) Дан треугольник ABC. Обозначим через M середину стороны AC, а через P — середину отрезка CM. Описанная окружность треугольника ABP пересекает отрезок BC во внутренней точке Q. Докажите, что $\angle ABM = \angle MQP$.
5. (3)Точка O — центр описанной окружности остроугольного треугольника ABC. Описанная окружность треугольника AOC вторично пересекает стороны AB и BC в точках E и F. Оказалось, что прямая EF делит площадь треугольника ABC пополам. Найдите угол B.
6. (3) Точка O — центр описанной окружности остроугольного треугольника ABC, AH — его высота. Точка P — основание перпендикуляра, опущенного из точки A на прямую CO. Докажите, что прямая HP проходит через середину отрезка AB.