Процессы и алгоритмы

1. Артем пишет на доске последовательность натуральных чисел. Первое число $N > 1$ написано заранее. Новые натуральные числа он получает так: вычитает из последнего записанного числа или прибавляет к нему любой его делитель, больший 1. При любом ли натуральном $N > 1$ Артем сможет написать на доске в какой-то момент число 2017?

2. Есть 30 камней различных весов и специальные весы. На эти весы можно класть только по 15 камней на каждую чашку, тогда весы информируют, на какой чашке груз больше.

   а) Как с помощью этих весов найти пару камней, про которые будет точно известно, какой из них тяжелее?

   б) Можно ли с помощью этих весой найти самый легкий камень?

3. На плоскости нарисованы квадрат и невидимая точка, не лежащая на границе квадрата. За один ход Вася может провести прямую и спросить, по какую сторону лежит точка (если точка лежит на прямои , он получает произвольныи ответ). За какое наименьшее число вопросов он сможет узнать, лежит ли точка внутри квадрата?

4. Двое игроков ставят крестики и нолики на бесконечнои клетчатои бумаге, первыи крестик, второи — нолик, первыи — крестик, второи — нолик и т. д. Докажите, что первыи может добиться, чтобы некоторые четыре крестика образовали квадрат (со сторонами, параллельными линиям клеток).

5. На доске написаны три натуральных числа, не превосходящих 40. За один ход можно увеличить любое из написанных чисел на число процентов, равное одному из двух оставшихся чисел, если в результате получится целое число. Существуют ли такие исходные числа, что за несколько ходов одно из чисел на доске можно сделать больше 2011?

6. а) Двое показывают карточныи фокус. Первыи снимает пять карт из колоды, содержащей карты (предварительно перетасованнои кем-то из зрителеи), смотрит в них и после этого выкладывает их в ряд слева направо, причем одну из карт кладет рубашкои вверх, а остальные — картинкои вверх. Второи участник фокуса отгадывает закрытую карту. Докажите, что они могут так договориться, что второи всегда будет угадывать карту.

   б) Второи фокус отличается от первого тем, что первыи участник выкладывает слева направо четыре карты картинкои вверх, а одну не выкладывает. Могут ли в этом случае участники фокуса так договориться, чтобы второи всегда угадывал невыложенную карту?

7. *Дано натуральное число. Разрешается расставить между цифрами числа плюсы произвольным образом и вычислить сумму (например, из числа 123456789 можно получить 12345 + 6 + 789 = 13140). С полученным числом снова разрешается выполнить подобную операцию, и так далее. Докажите, что из любого числа можно получить однозначное, выполнив не более 10 таких операции .

Процессы и алгоритмы

1. Артем пишет на доске последовательность натуральных чисел. Первое число $N > 1$ написано заранее. Новые натуральные числа он получает так: вычитает из последнего записанного числа или прибавляет к нему любой его делитель, больший 1. При любом ли натуральном $N > 1$ Артем сможет написать на доске в какой-то момент число 2017?

2. Есть 30 камней различных весов и специальные весы. На эти весы можно класть только по 15 камней на каждую чашку, тогда весы информируют, на какой чашке груз больше.

   а) Как с помощью этих весов найти пару камней, про которые будет точно известно, какой из них тяжелее?

   б) Можно ли с помощью этих весой найти самый легкий камень?

3. На плоскости нарисованы квадрат и невидимая точка, не лежащая на границе квадрата. За один ход Вася может провести прямую и спросить, по какую сторону лежит точка (если точка лежит на прямои , он получает произвольныи ответ). За какое наименьшее число вопросов он сможет узнать, лежит ли точка внутри квадрата?

4. Двое игроков ставят крестики и нолики на бесконечнои клетчатои бумаге, первыи крестик, второи — нолик, первыи — крестик, второи — нолик и т. д. Докажите, что первыи может добиться, чтобы некоторые четыре крестика образовали квадрат (со сторонами, параллельными линиям клеток).

5. На доске написаны три натуральных числа, не превосходящих 40. За один ход можно увеличить любое из написанных чисел на число процентов, равное одному из двух оставшихся чисел, если в результате получится целое число. Существуют ли такие исходные числа, что за несколько ходов одно из чисел на доске можно сделать больше 2011?

6. а) Двое показывают карточныи фокус. Первыи снимает пять карт из колоды, содержащей карты (предварительно перетасованнои кем-то из зрителеи), смотрит в них и после этого выкладывает их в ряд слева направо, причем одну из карт кладет рубашкои вверх, а остальные — картинкои вверх. Второи участник фокуса отгадывает закрытую карту. Докажите, что они могут так договориться, что второи всегда будет угадывать карту.

   б) Второи фокус отличается от первого тем, что первыи участник выкладывает слева направо четыре карты картинкои вверх, а одну не выкладывает. Могут ли в этом случае участники фокуса так договориться, чтобы второи всегда угадывал невыложенную карту?

7. *Дано натуральное число. Разрешается расставить между цифрами числа плюсы произвольным образом и вычислить сумму (например, из числа 123456789 можно получить 12345 + 6 + 789 = 13140). С полученным числом снова разрешается выполнить подобную операцию, и так далее. Докажите, что из любого числа можно получить однозначное, выполнив не более 10 таких операции .