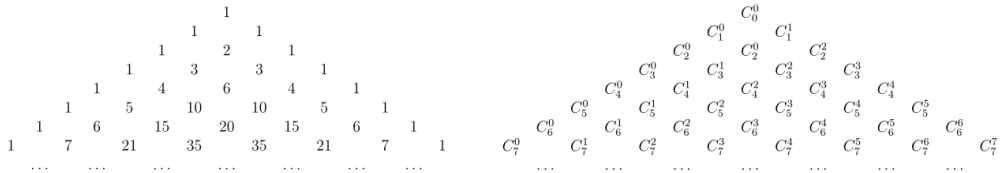
Треугольник Паскаля



1. Докажите, что $C_n^k = C_n^{n-k}$
   а) с помощью треугольника Паскаля;
   б) алгебраически.

2. Докажите, что $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$ алгебраически.

3. Во сколько раз сумма чисел
   а) в четвертой строке больше, чем в третьей? А во сколько раз в восьмой строке больше, чем в седьмой?
   б) в n-ой строке больше, чем в $(n-1)$-ой?
   в) Чему равна сумма чисел n-ой строке треугольника Паскаля?

4. Докажите, что если перед числами в строчке n треугольника Паскаля поставить чередующиеся плюсы и минусы, то значение полученного выражения будет равно нулю.
   а) при нечетном n
   б) Используйте пункта а, чтобы доказать при четном n.

5. Встречается ли в треугольнике Паскаля число 2017?

6. Найдите натуральное число, большее единицы, которое встречается в треугольнике Паскаля
   а) больше трёх раз.
   б) больше четырёх раз.

7. Докажите, что каждое число а в треугольнике Паскаля равно
   а) сумме чисел предыдущей левой диагонали, начиная с самого левого вплоть до стоящего слева над числом а.
   б) сумме чисел предыдущей правой диагонали, начиная с самого левого вплоть до стоящего справа над числом а.
   в) Докажите, что $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-2}^{k-1} + ... + C_{k-1}^{k-1}$.
   г) Докажите, что $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-2}^{k-1} + ... + C_{n-k-1}^0$

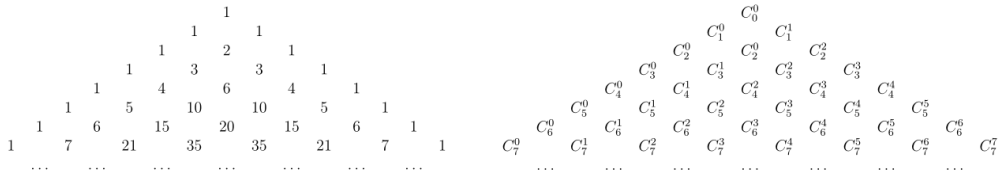
8. Докажите, что число а равно количеству путей, ведущих из вершины треугольника Паскаля к месту, где стоит число а.(Мы можем двигаться только вниз от вершины, переходя к одному двух из чисел на следующей строке, между которыми оно стоит.)

9. Докажите, что каждое число а в треугольнике Паскаля, уменьшенное на 1, равно сумме всех чисел, заполняющих параллелограмм, ограниченный теми правой и левой диагоналями, на пересечении которых стоит число а (сами эти диагонали в рассматриваемый параллелограмм не включаются).

Домашнее задание

1. Встречается ли в 100-й строке треугольника Паскаля число $1 + 2 + 3 + ... + 98 + 99$?
2. Чему равна сумма $C_n^0 + C_n^1 + ... + C_n^{n-1} + C_n^n$?

Треугольник Паскаля



1. Докажите, что $C_n^k = C_n^{n-k}$
   а) с помощью треугольника Паскаля;
   б) алгебраически.

2. Докажите, что $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$ алгебраически.

3. Во сколько раз сумма чисел
   а) в четвертой строке больше, чем в третьей? А во сколько раз в восьмой строке больше, чем в седьмой?
   б) в n-ой строке больше, чем в $(n-1)$-ой?
   в) Чему равна сумма чисел n-ой строке треугольника Паскаля?

4. Докажите, что если перед числами в строчке n треугольника Паскаля поставить чередующиеся плюсы и минусы, то значение полученного выражения будет равно нулю.
   а) при нечетном n
   б) Используйте пункта а, чтобы доказать при четном n.

5. Встречается ли в треугольнике Паскаля число 2017?

6. Найдите натуральное число, большее единицы, которое встречается в треугольнике Паскаля
   а) больше трёх раз.
   б) больше четырёх раз.

7. Докажите, что каждое число а в треугольнике Паскаля равно
   а) сумме чисел предыдущей левой диагонали, начиная с самого левого вплоть до стоящего слева над числом а.
   б) сумме чисел предыдущей правой диагонали, начиная с самого левого вплоть до стоящего справа над числом а.
   в) Докажите, что $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-2}^{k-1} + ... + C_{k-1}^{k-1}$.
   г) Докажите, что $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-2}^{k-1} + ... + C_{n-k-1}^0$

8. Докажите, что число а равно количеству путей, ведущих из вершины треугольника Паскаля к месту, где стоит число а.(Мы можем двигаться только вниз от вершины, переходя к одному двух из чисел на следующей строке, между которыми оно стоит.)

9. Докажите, что каждое число а в треугольнике Паскаля, уменьшенное на 1, равно сумме всех чисел, заполняющих параллелограмм, ограниченный теми правой и левой диагоналями, на пересечении которых стоит число а (сами эти диагонали в рассматриваемый параллелограмм не включаются).

Домашнее задание

1. Встречается ли в 100-й строке треугольника Паскаля число $1 + 2 + 3 + ... + 98 + 99$?
2. Чему равна сумма $C_n^0 + C_n^1 + ... + C_n^{n-1} + C_n^n$?