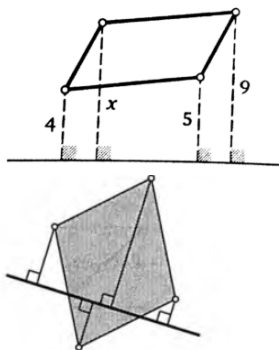


### Средняя линия трапеции.

- Основания трапеции равны  $a$  и  $b$  ( $a > b$ ). Найдите длину отрезка, соединяющего середины диагоналей трапеции.
  - Найдите отношение оснований трапеции, если известно, что её средняя линия делится диагоналями на три равные части.
- Докажите, что биссектрисы углов при боковой стороне трапеции пересекаются на средней линии.
  - Дана трапеция  $ABCD$  с основанием  $AD$ . Биссектрисы внешних углов при вершинах  $A$  и  $B$  пересекаются в точке  $P$ , а при вершинах  $C$  и  $D$  — в точке  $Q$ . Докажите, что длина отрезка  $PQ$  равна полупериметру трапеции.
- Прямая не пересекает сторон параллелограмма. Расстояния от трех его вершин до этой прямой равны 4, 5 и 9. Найдите расстояние от прямой до четвертой вершины.
  - Прямая пересекает две соседние стороны параллелограмма. На нее из всех его вершин опущены перпендикуляры. Докажите, что один из них равен сумме трех других.
  - Внутри острого угла расположен выпуклый четырёхугольник  $ABCD$ . Оказалось, что для каждой из двух прямых, содержащих стороны угла, выполняется условие: сумма расстояний от вершин  $A$  и  $C$  до этой прямой равна сумме расстояний от вершин  $B$  и  $D$  до этой же прямой. Докажите, что  $ABCD$  — параллелограмм.
- На прямую, проходящую через вершину  $A$  треугольника  $ABC$ , опущены перпендикуляры  $BD$  и  $CE$ . Докажите, что середина стороны  $BC$  равноудалена от точек  $D$  и  $E$ .
  - В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $BD$  и  $CE$ . Из вершин  $B$  и  $C$  на прямую  $ED$  опущены перпендикуляры  $BF$  и  $CG$ . Докажите, что  $EF = DG$ .
- Диагонали трапеции взаимно перпендикулярны. Одна из них равна 6, а вторая образует с основанием угол, равный  $30^\circ$ . Найдите среднюю линию трапеции.
- Точки  $M$  и  $N$  — середины боковых сторон  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$ . Могут ли прямые  $BN$  и  $DM$  быть параллельными?
- Дана равнобокая трапеция  $ABCD$ . Рассматривают точки  $Q$  и  $P$  на боковых сторонах  $AB$  и  $CD$  соответственно, для которых  $CP=AQ$ . Докажите, что середины всех таких отрезков  $PQ$  лежат на одной прямой.
- Внутри треугольника имеются две точки. Расстояние от одной из них до сторон треугольника равны 1, 3 и 15, а от другой (в том же порядке) — 4, 5 и 11. Найдите расстояние от точки пересечения биссектрис до стороны треугольника.



### Средняя линия трапеции.

- Основания трапеции равны  $a$  и  $b$  ( $a > b$ ). Найдите длину отрезка, соединяющего середины диагоналей трапеции.
  - Найдите отношение оснований трапеции, если известно, что её средняя линия делится диагоналями на три равные части.
- Докажите, что биссектрисы углов при боковой стороне трапеции пересекаются на средней линии.
  - Дана трапеция  $ABCD$  с основанием  $AD$ . Биссектрисы внешних углов при вершинах  $A$  и  $B$  пересекаются в точке  $P$ , а при вершинах  $C$  и  $D$  — в точке  $Q$ . Докажите, что длина отрезка  $PQ$  равна полупериметру трапеции.
- Прямая не пересекает сторон параллелограмма. Расстояния от трех его вершин до этой прямой равны 4, 5 и 9. Найдите расстояние от прямой до четвертой вершины.
  - Прямая пересекает две соседние стороны параллелограмма. На нее из всех его вершин опущены перпендикуляры. Докажите, что один из них равен сумме трех других.
  - Внутри острого угла расположен выпуклый четырёхугольник  $ABCD$ . Оказалось, что для каждой из двух прямых, содержащих стороны угла, выполняется условие: сумма расстояний от вершин  $A$  и  $C$  до этой прямой равна сумме расстояний от вершин  $B$  и  $D$  до этой же прямой. Докажите, что  $ABCD$  — параллелограмм.
- На прямую, проходящую через вершину  $A$  треугольника  $ABC$ , опущены перпендикуляры  $BD$  и  $CE$ . Докажите, что середина стороны  $BC$  равноудалена от точек  $D$  и  $E$ .
  - В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $BD$  и  $CE$ . Из вершин  $B$  и  $C$  на прямую  $ED$  опущены перпендикуляры  $BF$  и  $CG$ . Докажите, что  $EF = DG$ .
- Диагонали трапеции взаимно перпендикулярны. Одна из них равна 6, а вторая образует с основанием угол, равный  $30^\circ$ . Найдите среднюю линию трапеции.
- Точки  $M$  и  $N$  — середины боковых сторон  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$ . Могут ли прямые  $BN$  и  $DM$  быть параллельными?
- Дана равнобокая трапеция  $ABCD$ . Рассматривают точки  $Q$  и  $P$  на боковых сторонах  $AB$  и  $CD$  соответственно, для которых  $CP=AQ$ . Докажите, что середины всех таких отрезков  $PQ$  лежат на одной прямой.
- Внутри треугольника имеются две точки. Расстояние от одной из них до сторон треугольника равны 1, 3 и 15, а от другой (в том же порядке) — 4, 5 и 11. Найдите расстояние от точки пересечения биссектрис до стороны треугольника.

