

Счет углов и смекалочка.

1. На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбрана точка K так, что $AB=AK$. Отрезок AK пересекает биссектрису CL в ее середине. Найдите острые углы треугольника ABC .
2. Точка K — середина гипотенузы AB прямоугольного равнобедренного треугольника ABC . Точки L и M выбраны на катетах BC и AC соответственно так, что $BL=CM$. Докажите, что треугольник LMK — также прямоугольный равнобедренный.
3. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ биссектриса угла B проходит через середину стороны AD , а $\angle C = \angle A + \angle D$. Найдите угол ACD .
4. На боковых сторонах AB и AC равнобедренного треугольника ABC выбраны точки P и Q соответственно так, что $PQ \parallel BC$. На биссектрисах треугольников ABC и APQ , исходящих из вершин B и Q , выбраны точки X и Y соответственно так, что $XY \parallel BC$. Докажите, что $PX = CY$.
5. В трапеции $ABCD$ точка M — середина основания AD . Известно, что $\angle ABD=90^\circ$ и $BC=CD$. На отрезке BD выбрана точка F такая, что $\angle BCF=90^\circ$. Докажите, что $MF \perp CD$.
6. Дан остроугольный треугольник ABC . Высота AA_1 продолжена за вершину A на отрезок $AA_2 = BC$. Высота CC_1 продолжена за вершину C на отрезок $CC_2 = AB$. Найдите углы треугольника A_2BC_2 .
7. На биссектрисе AL треугольника ABC выбрана точка D . Известно, что $\angle BAC = 2\alpha$, $\angle ADC = 3\alpha$, $\angle ACB = 4\alpha$. Докажите, что $BC+CD=AB$.
8. На стороне AC треугольника ABC выбрана точка D такая, что $BD=AC$. Медиана AM этого треугольника пересекает отрезок BD в точке K . Оказалось, что $DK = DC$. Докажите, что $AM+KM = AB$.
9. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы ABC и ADC прямые. На сторонах AB, BC, CD, DA взяты точки K, L, M, N соответственно так, что $KLMN$ — прямоугольник. Докажите, что середина диагонали AC равноудалена от прямых KL и MN .

Счет углов и смекалочка.

1. На гипотенузе BC прямоугольного треугольника ABC выбрана точка K так, что $AB=AK$. Отрезок AK пересекает биссектрису CL в ее середине. Найдите острые углы треугольника ABC .
2. Точка K — середина гипотенузы AB прямоугольного равнобедренного треугольника ABC . Точки L и M выбраны на катетах BC и AC соответственно так, что $BL=CM$. Докажите, что треугольник LMK — также прямоугольный равнобедренный.
3. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ биссектриса угла B проходит через середину стороны AD , а $\angle C = \angle A + \angle D$. Найдите угол ACD .
4. На боковых сторонах AB и AC равнобедренного треугольника ABC выбраны точки P и Q соответственно так, что $PQ \parallel BC$. На биссектрисах треугольников ABC и APQ , исходящих из вершин B и Q , выбраны точки X и Y соответственно так, что $XY \parallel BC$. Докажите, что $PX = CY$.
5. В трапеции $ABCD$ точка M — середина основания AD . Известно, что $\angle ABD=90^\circ$ и $BC=CD$. На отрезке BD выбрана точка F такая, что $\angle BCF=90^\circ$. Докажите, что $MF \perp CD$.
6. Дан остроугольный треугольник ABC . Высота AA_1 продолжена за вершину A на отрезок $AA_2 = BC$. Высота CC_1 продолжена за вершину C на отрезок $CC_2 = AB$. Найдите углы треугольника A_2BC_2 .
7. На биссектрисе AL треугольника ABC выбрана точка D . Известно, что $\angle BAC = 2\alpha$, $\angle ADC = 3\alpha$, $\angle ACB = 4\alpha$. Докажите, что $BC+CD=AB$.
8. На стороне AC треугольника ABC выбрана точка D такая, что $BD=AC$. Медиана AM этого треугольника пересекает отрезок BD в точке K . Оказалось, что $DK = DC$. Докажите, что $AM+KM = AB$.
9. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы ABC и ADC прямые. На сторонах AB, BC, CD, DA взяты точки K, L, M, N соответственно так, что $KLMN$ — прямоугольник. Докажите, что середина диагонали AC равноудалена от прямых KL и MN .