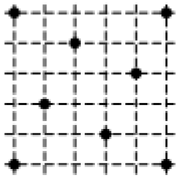
Разнобой к ММО.

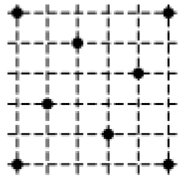
1. (1) Замените в выражении $AB^C = DE^F$ буквы цифрами так, чтобы равенство стало верным, использовав каждую цифру от 1 до 6 ровно один раз. (Пояснение: AB^C — двузначное число из цифр A и B, возведенное в степень C. Достаточно привести один способ замены.)
2. (2) Кузнечик умеет прыгать только ровно на 50 сантиметров. Он хочет обойти 8 точек, отмеченных на рисунке (сторона клетки равна 10 сантиметрам). Какое наименьшее количество прыжков ему придётся сделать? (Разрешается посещать и другие точки плоскости, в том числе не узлы сетки. Начинать и заканчивать можно в любых точках.)



3. (3) Натуральные числа от 1 до 2014 как-то разбили на пары, числа в каждой из пар сложили, а полученные 1007 сумм перемножили. Мог ли результат оказаться квадратом натурального числа?
4. (3) По кругу написано 100 ненулевых чисел. Между каждыми двумя соседними числами написали их произведение, а прежние числа стерли. Количество положительных чисел не изменилось. Какое минимальное количество положительных чисел могло быть написано изначально?
5. (4) По кругу расставлены 2005 натуральных чисел.Доказать, что найдутся два соседних числа, после выкидывания которых оставшиеся числа нельзя разбить на две группы с равной суммой.
6. (4) Будем называть натуральное число почти квадратом, если это либо точный квадрат (т. е. квадрат целого числа), либо точный квадрат, умноженный на простое число. Могут ли 8 почти квадратов идти подряд?
7. (4) По кругу расставили 1000 чисел, среди которых нет нулей, и раскрасили их поочередно в белый и чёрный цвета. Оказалось, что каждое чёрное число равно сумме двух соседних с ним белых чисел, а каждое белое число равно произведению двух соседних с ним чёрных чисел. Чему может быть равна сумма всех расставленных чисел?

Разнобой к ММО.

1. (1) Замените в выражении $AB^C = DE^F$ буквы цифрами так, чтобы равенство стало верным, использовав каждую цифру от 1 до 6 ровно один раз. (Пояснение: AB^C — двузначное число из цифр A и B, возведенное в степень C. Достаточно привести один способ замены.)
2. (2) Кузнечик умеет прыгать только ровно на 50 сантиметров. Он хочет обойти 8 точек, отмеченных на рисунке (сторона клетки равна 10 сантиметрам). Какое наименьшее количество прыжков ему придётся сделать? (Разрешается посещать и другие точки плоскости, в том числе не узлы сетки. Начинать и заканчивать можно в любых точках.)



3. (3) Натуральные числа от 1 до 2014 как-то разбили на пары, числа в каждой из пар сложили, а полученные 1007 сумм перемножили. Мог ли результат оказаться квадратом натурального числа?
4. (3) По кругу написано 100 ненулевых чисел. Между каждыми двумя соседними числами написали их произведение, а прежние числа стерли. Количество положительных чисел не изменилось. Какое минимальное количество положительных чисел могло быть написано изначально?
5. (4) По кругу расставлены 2005 натуральных чисел.Доказать, что найдутся два соседних числа, после выкидывания которых оставшиеся числа нельзя разбить на две группы с равной суммой.
6. (4) Будем называть натуральное число почти квадратом, если это либо точный квадрат (т. е. квадрат целого числа), либо точный квадрат, умноженный на простое число. Могут ли 8 почти квадратов идти подряд?
7. (4) По кругу расставили 1000 чисел, среди которых нет нулей, и раскрасили их поочередно в белый и чёрный цвета. Оказалось, что каждое чёрное число равно сумме двух соседних с ним белых чисел, а каждое белое число равно произведению двух соседних с ним чёрных чисел. Чему может быть равна сумма всех расставленных чисел?