

Принцип Дирихле в графах.

1. В классе учатся 26 школьников. Каждый из них на Новый год послал поздравительную СМСку 13 одноклассникам. Докажите, что найдется пара одноклассников, пославших новогодние СМСки друг другу.
2. а) Про компанию из 19 человек известно, что какую бы тройку людей мы ни взяли, в ней всегда найдутся двое знакомых. Докажите, что кто-то в этой группе знает хотя бы 9 человек.
б) Для любых 4 городов верно, что между какими-то двумя из них есть дорога. Докажите, что есть город, из которого выходит не меньше 8 дорог, если всего городов 25.
в) Для любых 30 городов верно, что между какими-то двумя из них есть дорога. Докажите, что есть город, из которого выходит больше 20 дорог, если всего городов 610.
г) Для любых 36 городов верно, что между какими-то двумя из них есть дорога. Возьмем город с наибольшим количеством дорог из него. Какое наименьшее количество их может быть, если всего городов 1000?
3. а) Докажите, что среди любых 6 людей есть либо 3 попарно знакомых, либо 3 попарно незнакомых.
б) В полном графе с 17 вершинами некоторые рёбра покрасили в красный цвет, некоторые – в синий, а остальные – в зелёный. Докажите, что обязательно найдётся одноцветный треугольник.
4. Группа состоит из 31 ученика. В этой группе нашлось 6 учеников, среди которых каждый знает каждого. При этом среди любых семи учеников найдётся пара незнакомых. Докажите, что в этой группе есть ученик, знающий не более 25 других.
5. В футбольном однокруговом турнире участвовало 14 команд. По итогам его оказалось, что не случилось ни одной ничьей. Докажите, что можно выбрать 3 такие команды, что каждая из оставшихся 11 проиграла хотя бы какой-нибудь из этих команд.
6. 22 школьника участвовали в съезде юных писателей. После съезда каждый из них прочитал произведения трех юных писателей, побывавших на съезде. Докажите, что из делегатов съезда можно составить комиссию из четырех человек так, что в комиссии никто не читал произведения остальных её членов.
7. Докажите, что в любой компании из девяти человек найдётся либо четверо попарно не знакомых, либо трое попарно знакомых.

Принцип Дирихле в графах.

1. В классе учатся 26 школьников. Каждый из них на Новый год послал поздравительную СМСку 13 одноклассникам. Докажите, что найдется пара одноклассников, пославших новогодние СМСки друг другу.
2. а) Про компанию из 19 человек известно, что какую бы тройку людей мы ни взяли, в ней всегда найдутся двое знакомых. Докажите, что кто-то в этой группе знает хотя бы 9 человек.
б) Для любых 4 городов верно, что между какими-то двумя из них есть дорога. Докажите, что есть город, из которого выходит не меньше 8 дорог, если всего городов 25.
в) Для любых 30 городов верно, что между какими-то двумя из них есть дорога. Докажите, что есть город, из которого выходит больше 20 дорог, если всего городов 610.
г) Для любых 36 городов верно, что между какими-то двумя из них есть дорога. Возьмем город с наибольшим количеством дорог из него. Какое наименьшее количество их может быть, если всего городов 1000?
3. а) Докажите, что среди любых 6 людей есть либо 3 попарно знакомых, либо 3 попарно незнакомых.
б) В полном графе с 17 вершинами некоторые рёбра покрасили в красный цвет, некоторые – в синий, а остальные – в зелёный. Докажите, что обязательно найдётся одноцветный треугольник.
4. Группа состоит из 31 ученика. В этой группе нашлось 6 учеников, среди которых каждый знает каждого. При этом среди любых семи учеников найдётся пара незнакомых. Докажите, что в этой группе есть ученик, знающий не более 25 других.
5. В футбольном однокруговом турнире участвовало 14 команд. По итогам его оказалось, что не случилось ни одной ничьей. Докажите, что можно выбрать 3 такие команды, что каждая из оставшихся 11 проиграла хотя бы какой-нибудь из этих команд.
6. 22 школьника участвовали в съезде юных писателей. После съезда каждый из них прочитал произведения трех юных писателей, побывавших на съезде. Докажите, что из делегатов съезда можно составить комиссию из четырех человек так, что в комиссии никто не читал произведения остальных её членов.
7. Докажите, что в любой компании из девяти человек найдётся либо четверо попарно не знакомых, либо трое попарно знакомых.