

## Геометрический разнобой.

1. Внутри параллелограмма  $ABCD$  отметили точку  $E$  так, что  $CD=CE$ . Докажите, что прямая  $DE$  перпендикулярна прямой, проходящей через середины отрезков  $AE$  и  $BC$ .
2.  $M, N$  - середины сторон  $BC$  и  $CD$  параллелограмма  $ABCD$ . Докажите, что если  $DM \perp AC$ , то  $BN:CD=3:2$ .
3. В остроугольном треугольнике  $ABC$ , в котором  $\angle A=45^\circ$ , проведены высоты  $AA_1, BB_1, CC_1$ . Биссектриса угла  $BAA_1$  пересекает прямую  $B_1A_1$  в точке  $D$ , а биссектриса угла  $CAA_1$  пересекает прямую  $C_1A_1$  в точке  $E$ . Найдите угол между прямыми  $BD$  и  $CE$ .
4. Внутри параллелограмма  $ABCD$  отмечена точка  $K$ . Точка  $M$  — середина  $BC$ , точка  $P$  — середина  $KM$ . Докажите, что если  $\angle APB=\angle CPD=90^\circ$ , то  $AK=DK$ .
5. В выпуклом шестиугольнике  $ABCDEF$  все стороны равны и  $AD=BE=CF$ . Докажите, что в него можно вписать окружность (то есть внутри шестиугольника существует окружность касающаяся всех его сторон).
6. В прямоугольнике  $ABCD$  точка  $M$  — середина стороны  $CD$ . Через точку  $C$  провели прямую, перпендикулярную прямой  $BM$ , а через точку  $M$  — прямую, перпендикулярную диагонали  $BD$ . Докажите, что два проведенных перпендикуляра пересекаются на прямой  $AD$ .
7. Дан выпуклый пятиугольник  $ABCDE$ , все стороны которого равны между собой. Известно, что угол  $A$  равен  $120^\circ$ , угол  $C$  равен  $135^\circ$ , а угол  $D$  равен  $n^\circ$ . Найдите все возможные целые значения  $n$ .

## Геометрический разнобой.

1. Внутри параллелограмма  $ABCD$  отметили точку  $E$  так, что  $CD=CE$ . Докажите, что прямая  $DE$  перпендикулярна прямой, проходящей через середины отрезков  $AE$  и  $BC$ .
2.  $M, N$  - середины сторон  $BC$  и  $CD$  параллелограмма  $ABCD$ . Докажите, что если  $DM \perp AC$ , то  $BN:CD=3:2$ .
3. В остроугольном треугольнике  $ABC$ , в котором  $\angle A=45^\circ$ , проведены высоты  $AA_1, BB_1, CC_1$ . Биссектриса угла  $BAA_1$  пересекает прямую  $B_1A_1$  в точке  $D$ , а биссектриса угла  $CAA_1$  пересекает прямую  $C_1A_1$  в точке  $E$ . Найдите угол между прямыми  $BD$  и  $CE$ .
4. Внутри параллелограмма  $ABCD$  отмечена точка  $K$ . Точка  $M$  — середина  $BC$ , точка  $P$  — середина  $KM$ . Докажите, что если  $\angle APB=\angle CPD=90^\circ$ , то  $AK=DK$ .
5. В выпуклом шестиугольнике  $ABCDEF$  все стороны равны и  $AD=BE=CF$ . Докажите, что в него можно вписать окружность (то есть внутри шестиугольника существует окружность касающаяся всех его сторон).
6. В прямоугольнике  $ABCD$  точка  $M$  — середина стороны  $CD$ . Через точку  $C$  провели прямую, перпендикулярную прямой  $BM$ , а через точку  $M$  — прямую, перпендикулярную диагонали  $BD$ . Докажите, что два проведенных перпендикуляра пересекаются на прямой  $AD$ .
7. Дан выпуклый пятиугольник  $ABCDE$ , все стороны которого равны между собой. Известно, что угол  $A$  равен  $120^\circ$ , угол  $C$  равен  $135^\circ$ , а угол  $D$  равен  $n^\circ$ . Найдите все возможные целые значения  $n$ .