## Формула включений-исключений.

1. Докажите, что
   а) $|A_1 \cup A_2| = |A_1| + |A_2| - |A_1 \cap A_2|$
   б) $|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = |A_1| + |A_2| + |A_3| - |A_1 \cap A_2| - |A_2 \cap A_3| - |A_1 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_3|$
   в) $|A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n| = |A_1| + |A_2| + \ldots + |A_n| - |A_1 \cap A_2| - \ldots - |A_{n-1} \cap A_n| + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + \ldots +$
   $+(-1)^{n+1}|A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n|$
2. а)Сколько существует натуральных чисел не превыщающих 1000000, не являющихся ни квадартом, ни кубом натурального числа?
   б)Сколько существует натуральных чисел не превышающих 1000, которые не делятся ни на 2, ни на 3, ни на 4, ни на 5?
3. Куб со стороной 10 разбит на 1000 кубиков с ребром 1. В каждом кубике записано число, при этом сумма чисел в каждом столбике из 10 кубиков (в любом из трёх направлений) равна 0. В одном из кубиков (обозначим его через *A*) записана единица. Через кубик *A* проходит три слоя, параллельных граням куба (толщина каждого слоя равна 1). Найдите сумму всех чисел в кубиках, не лежащих в этих слоях.
4. а) В квадрате площади 6 расположены три многоугольника площади 3. Докажите, что среди них найдутся два многоугольника, площадь общей части которых не меньше 1.
   б) В квадрате площади 5 расположено девять многоугольников площади 1. Докажите, что среди них найдутся два многоугольника, площадь общей части которых не меньше 1/9.
5. Егор, Даня и Саша решили вместе 100 задач по математике. Каждый из них решил 60 задач. Назовем задачу трудной, если её решил ровно 1 человек, и лёгкое, если её решили все трое. Насколько отличается коилчество трудных задач от количества лёгких?
6. В группе 6 учеников. Сколькими способами они могут пересесть так, чтобы ни один не сел на своё место?
7. Сколько существует несократимых дробей с числителем 2015, меньших чем 1/2015 и больших чем 1/2016?


## Формула включений-исключений.

1. Докажите, что
   а) $|A_1 \cup A_2| = |A_1| + |A_2| - |A_1 \cap A_2|$
   б) $|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = |A_1| + |A_2| + |A_3| - |A_1 \cap A_2| - |A_2 \cap A_3| - |A_1 \cap A_3| + |A_1 \cap A_2 \cap A_3|$
   в) $|A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n| = |A_1| + |A_2| + \ldots + |A_n| - |A_1 \cap A_2| - \ldots - |A_{n-1} \cap A_n| + |A_1 \cap A_2 \cap A_3| + \ldots +$
   $+(-1)^{n+1}|A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n|$
2. а)Сколько существует натуральных чисел не превыщающих 1000000, не являющихся ни квадартом, ни кубом натурального числа?
   б)Сколько существует натуральных чисел не превышающих 1000, которые не делятся ни на 2, ни на 3, ни на 4, ни на 5?
3. Куб со стороной 10 разбит на 1000 кубиков с ребром 1. В каждом кубике записано число, при этом сумма чисел в каждом столбике из 10 кубиков (в любом из трёх направлений) равна 0. В одном из кубиков (обозначим его через *A*) записана единица. Через кубик *A* проходит три слоя, параллельных граням куба (толщина каждого слоя равна 1). Найдите сумму всех чисел в кубиках, не лежащих в этих слоях.
4. а) В квадрате площади 6 расположены три многоугольника площади 3. Докажите, что среди них найдутся два многоугольника, площадь общей части которых не меньше 1.
   б) В квадрате площади 5 расположено девять многоугольников площади 1. Докажите, что среди них найдутся два многоугольника, площадь общей части которых не меньше 1/9.
5. Егор, Даня и Саша решили вместе 100 задач по математике. Каждый из них решил 60 задач. Назовем задачу трудной, если её решил ровно 1 человек, и лёгкое, если её решили все трое. Насколько отличается коилчество трудных задач от количества лёгких?
6. В группе 6 учеников. Сколькими способами они могут пересесть так, чтобы ни один не сел на своё место?
   Сколько существует несократимых дробей с числителем 2015, меньших чем 1/2015 и больших чем 1/2016?