Алгебраические преобразования. Неравенства

1. Пусть $x, y > 0$. Докажите, что $\frac{x}{\sqrt{y}} + \frac{y}{\sqrt{x}} \geq \sqrt{x} + \sqrt{y}$
2. Докажите, что при любом a имеет место неравенство $3(1 + a^2 + a^4) \geq (1 + a + a^2)^2$.
3. а)Докажите для любых a, b, что $a^2 + b^2 \geq 2ab$.
   б)Докажите, что при любых x, y, z выполнено неравенство $x^4 + y^4 + z^2 + 1 \geq 2x(xy^2 - x + z + 1)$.
4. а) Докажите для любых a, b, c, что $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$.
   б) Докажите, что если $x + y + z = 6$, то $x^2 + y^2 + z^2 \geq 12$.
   в) Докажите, что если положительные числа a, b, c такие, что $ab+bc+ac > a+b+c$, то верно $a+b+c > 3$.
5. а) Пусть $0 < y < x < 1$. Докажите, что $\frac{x-y}{1-xy} < 1$.
   б) Пусть x, y - числа из отрезка $[0, 1]$. Докажите неравенство $\frac{x}{1+y} + \frac{y}{1+x} \leq 1$.
   в) Пусть $0 < x, y < 2$. Докажите, что $\frac{4-x-y}{x+y-xy} \geq 1$.
6. Докажите, что многочлен $x^{12} - x^9 + x^4 - x + 1$ при всех значениях x положителен.
7. Неотрицательные числа x, y удовлетворяют условию $x+y \leq 1$. Докажите, что $12xy \leq 4x(1-y)+9y(1-x)$.
8. Пусть a, b, c – длины сторон треугольника. Докажите, что $a^3 + b^3 + 3abc > c^3$.
9. Пусть $a, b, c, d \geq 0$, причём $c + d \leq a, \ c + d \leq b$. Докажите, что $ad + bc \leq ab$.

Алгебраические преобразования. Неравенства

1. Пусть $x, y > 0$. Докажите, что $\frac{x}{\sqrt{y}} + \frac{y}{\sqrt{x}} \geq \sqrt{x} + \sqrt{y}$
2. Докажите, что при любом a имеет место неравенство $3(1 + a^2 + a^4) \geq (1 + a + a^2)^2$.
3. а)Докажите для любых a, b, что $a^2 + b^2 \geq 2ab$.
   б)Докажите, что при любых x, y, z выполнено неравенство $x^4 + y^4 + z^2 + 1 \geq 2x(xy^2 - x + z + 1)$.
4. а) Докажите для любых a, b, c, что $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$.
   б) Докажите, что если $x + y + z = 6$, то $x^2 + y^2 + z^2 \geq 12$.
   в) Докажите, что если положительные числа a, b, c такие, что $ab+bc+ac > a+b+c$, то верно $a+b+c > 3$.
5. а) Пусть $0 < y < x < 1$. Докажите, что $\frac{x-y}{1-xy} < 1$.
   б) Пусть x, y - числа из отрезка $[0, 1]$. Докажите неравенство $\frac{x}{1+y} + \frac{y}{1+x} \leq 1$.
   в) Пусть $0 < x, y < 2$. Докажите, что $\frac{4-x-y}{x+y-xy} \geq 1$.
6. Докажите, что многочлен $x^{12} - x^9 + x^4 - x + 1$ при всех значениях x положителен.
7. Неотрицательные числа x, y удовлетворяют условию $x+y \leq 1$. Докажите, что $12xy \leq 4x(1-y)+9y(1-x)$.
8. Пусть a, b, c – длины сторон треугольника. Докажите, что $a^3 + b^3 + 3abc > c^3$.
9. Пусть $a, b, c, d \geq 0$, причём $c + d \leq a, \ c + d \leq b$. Докажите, что $ad + bc \leq ab$.

Алгебраические преобразования. Неравенства

1. Пусть $x, y > 0$. Докажите, что $\frac{x}{\sqrt{y}} + \frac{y}{\sqrt{x}} \geq \sqrt{x} + \sqrt{y}$
2. Докажите, что при любом a имеет место неравенство $3(1 + a^2 + a^4) \geq (1 + a + a^2)^2$.
3. а)Докажите для любых a, b, что $a^2 + b^2 \geq 2ab$.
   б)Докажите, что при любых x, y, z выполнено неравенство $x^4 + y^4 + z^2 + 1 \geq 2x(xy^2 - x + z + 1)$.
4. а) Докажите для любых a, b, c, что $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$.
   б) Докажите, что если $x + y + z = 6$, то $x^2 + y^2 + z^2 \geq 12$.
   в) Докажите, что если положительные числа a, b, c такие, что $ab+bc+ac > a+b+c$, то верно $a+b+c > 3$.
5. а) Пусть $0 < y < x < 1$. Докажите, что $\frac{x-y}{1-xy} < 1$.
   б) Пусть x, y - числа из отрезка $[0, 1]$. Докажите неравенство $\frac{x}{1+y} + \frac{y}{1+x} \leq 1$.
   в) Пусть $0 < x, y < 2$. Докажите, что $\frac{4-x-y}{x+y-xy} \geq 1$.
6. Докажите, что многочлен $x^{12} - x^9 + x^4 - x + 1$ при всех значениях x положителен.
7. Неотрицательные числа x, y удовлетворяют условию $x+y \leq 1$. Докажите, что $12xy \leq 4x(1-y)+9y(1-x)$.
8. Пусть a, b, c – длины сторон треугольника. Докажите, что $a^3 + b^3 + 3abc > c^3$.
9. Пусть $a, b, c, d \geq 0$, причём $c + d \leq a, \ c + d \leq b$. Докажите, что $ad + bc \leq ab$.

Алгебраические преобразования. Неравенства

1. Пусть $x, y > 0$. Докажите, что $\frac{x}{\sqrt{y}} + \frac{y}{\sqrt{x}} \geq \sqrt{x} + \sqrt{y}$
2. Докажите, что при любом a имеет место неравенство $3(1 + a^2 + a^4) \geq (1 + a + a^2)^2$.
3. а)Докажите для любых a, b, что $a^2 + b^2 \geq 2ab$.
   б)Докажите, что при любых x, y, z выполнено неравенство $x^4 + y^4 + z^2 + 1 \geq 2x(xy^2 - x + z + 1)$.
4. а) Докажите для любых a, b, c, что $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$.
   б) Докажите, что если $x + y + z = 6$, то $x^2 + y^2 + z^2 \geq 12$.
   в) Докажите, что если положительные числа a, b, c такие, что $ab+bc+ac > a+b+c$, то верно $a+b+c > 3$.
5. а) Пусть $0 < y < x < 1$. Докажите, что $\frac{x-y}{1-xy} < 1$.
   б) Пусть x, y - числа из отрезка $[0, 1]$. Докажите неравенство $\frac{x}{1+y} + \frac{y}{1+x} \leq 1$.
   в) Пусть $0 < x, y < 2$. Докажите, что $\frac{4-x-y}{x+y-xy} \geq 1$.
6. Докажите, что многочлен $x^{12} - x^9 + x^4 - x + 1$ при всех значениях x положителен.
7. Неотрицательные числа x, y удовлетворяют условию $x+y \leq 1$. Докажите, что $12xy \leq 4x(1-y)+9y(1-x)$.
8. Пусть a, b, c – длины сторон треугольника. Докажите, что $a^3 + b^3 + 3abc > c^3$.
9. Пусть $a, b, c, d \geq 0$, причём $c + d \leq a, \ c + d \leq b$. Докажите, что $ad + bc \leq ab$.