Теорема Вильсона

28 февраля

1. Дано простое число p и его некоторый ненулевой остаток a.
(а) Докажите, что существует и при том единственный остаток b, что $ab \underset{p}{\equiv} 1$. Такой остаток b называется *обратным* остатка a.
(б) Какие остатки совпадают со своими обратными остатками?

2. Теорема Вильсона. Докажите, что $(p-1)! \underset{p}{\equiv} -1$ для простого p.

3. Докажите, что если $(p-1)! \underset{p}{\equiv} -1$, то p — простое.

4. (а) Простое или составное число $2015! - 1$?
(б) Найдите остаток при делении на 29 у числа $56!!$.
(в) Простое или составное число $\dfrac{2014! + 1009}{1009}$?

5. Пусть p — простое число. Докажите, что $(p-k)! \cdot (k-1)! \underset{p}{\equiv} (-1)^k$.

6. Пусть p — простое число. Докажите, что $(2p-1)! - p$ делится на p^2

7. Докажите, что числа p и $p+2$ являются простыми числами-близнецами тогда и только тогда, когда $4((p-1)!+1) + p \underset{p^2+2p}{\equiv} 0$.

Домашнее задание.

8. Докажите, что $2013! + \dfrac{4026!}{2013!}$ делится на 4027.

Математический кружок • Школа 1568 2022-23

Теорема Вильсона

28 февраля

1. Дано простое число p и его некоторый ненулевой остаток a.
(а) Докажите, что существует и при том единственный остаток b, что $ab \underset{p}{\equiv} 1$. Такой остаток b называется *обратным* остатка a.
(б) Какие остатки совпадают со своими обратными остатками?

2. Теорема Вильсона. Докажите, что $(p-1)! \underset{p}{\equiv} -1$ для простого p.

3. Докажите, что если $(p-1)! \underset{p}{\equiv} -1$, то p — простое.

4. (а) Простое или составное число $2015! - 1$?
(б) Найдите остаток при делении на 29 у числа $56!!$.
(в) Простое или составное число $\dfrac{2014! + 1009}{1009}$?

5. Пусть p — простое число. Докажите, что $(p-k)! \cdot (k-1)! \underset{p}{\equiv} (-1)^k$.

6. Пусть p — простое число. Докажите, что $(2p-1)! - p$ делится на p^2

7. Докажите, что числа p и $p+2$ являются простыми числами-близнецами тогда и только тогда, когда $4((p-1)!+1) + p \underset{p^2+2p}{\equiv} 0$.

Домашнее задание.

8. Докажите, что $2013! + \dfrac{4026!}{2013!}$ делится на 4027.