

Уравнения в целых числах - 1

25 апреля

Основные методы: разложить на скобки, посмотреть по модулю, преобразовать уравнение.

1. Заяц нарисовал в клетчатой тетради прямоугольник и посчитал его площадь. После этого он добавил к нему прямоугольную рамку, отступив от прямоугольника 1 клетку. Теперь он посчитал площадь рамки, и результат совпал с предыдущим подсчётом. Какой размер мог быть у изначального прямоугольника? Найдите все варианты и докажете, что других нет.

2. Решите уравнение в целых числах: $x^2 - 25yzw = 1203$.

3. Решите уравнение в целых числах: $x^2 - 3xy + 2y^2 = 3$.

4. Решите уравнение в целых числах: $x^3 + 21y^2 + 5 = 0$.

5. Решите уравнение в натуральных числах:

$$xyz + xy + xz + yz + x + y + z = 1000.$$

6. Может ли сумма объёма, длин всех рёбер и площадей всех граней некоторого прямоугольного параллелепипеда, длины рёбер которого являются целыми числами, равняться 866?

7. Решите уравнение в целых числах $x_1^4 + x_2^4 + \dots + x_7^4 = 10000000002024$.

8. Решите уравнения в целых числах:

а) $2^x + 7 = y^2$.

б) $2^x + 5^y + 2 = z^2$.

в) $2^x + 3^y = z^2$.

Уравнения в целых числах - 1

25 апреля

Основные методы: разложить на скобки, посмотреть по модулю, преобразовать уравнение.

1. Заяц нарисовал в клетчатой тетради прямоугольник и посчитал его площадь. После этого он добавил к нему прямоугольную рамку, отступив от прямоугольника 1 клетку. Теперь он посчитал площадь рамки, и результат совпал с предыдущим подсчётом. Какой размер мог быть у изначального прямоугольника? Найдите все варианты и докажете, что других нет.

2. Решите уравнение в целых числах: $x^2 - 25yzw = 1203$.

3. Решите уравнение в целых числах: $x^2 - 3xy + 2y^2 = 3$.

4. Решите уравнение в целых числах: $x^3 + 21y^2 + 5 = 0$.

5. Решите уравнение в натуральных числах:

$$xyz + xy + xz + yz + x + y + z = 1000.$$

6. Может ли сумма объёма, длин всех рёбер и площадей всех граней некоторого прямоугольного параллелепипеда, длины рёбер которого являются целыми числами, равняться 866?

7. Решите уравнение в целых числах $x_1^4 + x_2^4 + \dots + x_7^4 = 10000000002024$.

8. Решите уравнения в целых числах:

а) $2^x + 7 = y^2$.

б) $2^x + 5^y + 2 = z^2$.

в) $2^x + 3^y = z^2$.