Разнобой

1. На сторонах AB и AC треугольника ABC выбрали точки D и E. Тогда P такова, что $PB = PD$ и $PC = PE$. На дуге AC окружности (ABC), не сожержащей точку B, отметили точку X. Прямая AX повторно пересекает (ADE) в точке Y. Докажите, что $PX = PY$.

2. Let ABC be a triangle with $\angle ACB = 90$ and $AC > BC$. Let Ω be the circumcircle of ABC. Point D is the midpoint of small arc AC of Ω. Point M is symmetric with A with respect to D. Point N is the midpoint of MC. Line AN intersects Ω in point P and line BP intersects line DN in point Q. Prove that line QM passes through the midpoint of AC.

3. Let ABC be an acute triangle with orthocenter H and $AB < AC$. Let Ω_1 be a circle with diameter AC and Ω_2 a circle with diameter AB. Line BH intersects Ω_1 in points D and E such that E is not on segment BH. Line CH intersects Ω_2 in points F and G such that G is not on segment CH. Prove that the lines EG, DF and BC are concurrent.

4. Равнобедренный треугольник ABC $(AB = AC)$ вписан в окружность ω. B-симедиана повторно пересекает ω в точке D. Окружность, проходящая через C, D, касающаяся BC и окружность, проходящая через A, D, касающаяся CD, пересекаются в точках D, X. Докажите, что точки B, C, I, X лежат на окружности, где I — центр вписанной окружности треугольника ABC.

5. Окружности $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ с центрами O_1, O_2, O_3 попарно касаются друг друга внешним образом. Описанная окружность треугольника $O_1O_2O_3$ пересекает ω_1 в A_1 и B_1, ω_2 в A_2 и B_2, ω_3 в A_3 и B_3 соответственно.Докажите, что инцентр треугольника, образованного прямыми A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3, совпадает с инцентром треугольника $O_1O_2O_3$.

6. Дан фиксированный треугольник ABC. На его сторонах построили три подобные равнобедренные $ABXY$, $BCZW$, $CAUV$ так, что стороны треугольников являются основаниями данных трапеций. Окружности $(XZU), (YWV)$ повторно пересекаются в точках P, Q. Докажите, что прямая PQ проходит через фиксированную точку, не зависящую от выбора трапеций.