

## Аффинные преобразования. Добавка

1. Аффинное преобразование переставляет вершины треугольника  $ABC$  по циклу (т.е.  $A$  переводит в  $B$ ,  $B$  – в  $C$ ,  $C$  – в  $A$ ). Найдите все неподвижные точки этого аффинного преобразования.
2. Противоположные стороны выпуклого шестиугольника параллельны. Докажите, что отрезки, соединяющие середины противоположных сторон, пересекаются в одной точке.
3. На сторонах треугольника  $ABC$  отмечены точки  $A_1, B_1, C_1$ ; проведены отрезки  $A_1B_1, B_1C_1, C_1A_1$ . Треугольник разбился на четыре треугольничка. Докажите, что  $A_1B_1C_1$  не может быть самым маленьким среди них по площади.
4. Правильный треугольник, лежащий в плоскости  $\alpha$ , ортогонально спроектировали на непараллельную ей плоскость  $\beta$ , полученный треугольник ортогонально спроектировали на плоскость  $\gamma$  и получили снова правильный треугольник. Докажите, что (а) угол между плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$  равен углу между плоскостями  $\beta$  и  $\gamma$ ; (б) плоскость  $\beta$  пересекает плоскости  $\alpha$  и  $\gamma$  по перпендикулярным друг другу прямым.