I like to move it, move it!

1. На стороне BC треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $BP = CQ$. Обозначим за ω вписанную в треугольник окружность, а за ω_A вневписанную, касающуюся отрезка BC. Точки S и T на окружностях ω и ω_A соответственно таковы, что PS касается ω, а QT касается ω_A. AS и AT пересекают BC в X и Y соответственно. Докажите, что $BX = CY$.

2. На биссектрисе угла $\angle BAC$ выбраны точки X, Y так, что $AB \cdot AC = AX \cdot AY$. Точка T диаметрально противоположна точке X на окружности BXC. Докажите, что прямая YT проходит через середину дуги BAC.

3. Прямая Эйлера треугольника ABC с $\angle A \neq 60^\circ$ пересекает его стороны AB и AC в точках B_1 и C_1. Докажите, что прямая Эйлера треугольника AB_1C_1 параллельна прямой BC.

4. Теорема Торнера Пусть точки P, Q инверсны относительно окружности (ABC), P_C симметрична P относительно AB, P_CQ пересекает AB в точке C'. Аналогично определяются точки A', B'. Тогда A', B', C' лежат на одной прямой.

5. Дан треугольник ABC с ортоцентром H. Прямая ℓ, проходящая через H, пересекает стороны AB и AC в точках M и N соответственно. Окружности (MAN) и (ABC) пересекаются в точке $P \neq A$. Прямая PH вторично пересекает (MAN) в точке Q. Докажите, что $MN \perp AQ$

6. Окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B. Отрезок линии центров окружностей пересекается с ω_1 в точке S. Луч ℓ, исходящий из точки S, пересекает окружности ω_1 и ω_2 в точках $X \neq S$ и Y соответственно. Касательная к ω_1 в точке X, касательная к ω_2 в точке Y и прямая AB образуют треугольник Δ. Докажите, что окружность, описанная около Δ, касается ω_2.